**Serge CORDIER**

Professeur d'accord et d'acoustique des échelles
au CNR de Montpellier

# MAITRISE DE L'INHARMONICITE ET ACCORD DES PIANOS

Rédigé en 1994

*Réédition 2018 par Pascale LECOMTE*

# INTRODUCTION à la RÉÉDITION 2018

**par Paul DUBUISSON**

Quand Serge Cordier entreprend ses recherches en acoustique des échelles sur le tempérament et l'accord des pianos, en 1972, il ne dispose alors d'aucun moyen d'analyse électronique, pas même de « calculette » pour les racines septièmes ou douzièmes, qu'il effectue donc encore à la règle à calcul… Mais au long des années que dureront ses travaux, le chercheur va pouvoir progressivement disposer d'outils électroniques de plus en plus perfectionnés, qui lui permettront alors d'analyser les fréquences réelles du piano, d'abord avec un « accordeur électronique » déjà de grande précision (contrairement aux premiers modèles) et enfin avec des logiciels de plus en plus complets d'analyse du spectre sonore, pour la maîtrise desquels il s'était formé à l'IRCAM.

La découverte du nouveau Tempérament Égal à Quintes Justes (T.E.Q.J.) a d'emblée été marquée par la pratique de l'accordeur, procédant à de nombreuses démonstrations auprès de musiciens de renom, dont la plupart ont salué les grandes qualités musicales de cette nouveauté. Autant Serge Cordier devait-il ensuite ne quasiment pas modifier cette pratique validée par ses propres qualités, autant devait-il au long de ses travaux théoriques, en chercheur scrupuleux qu'il était, toujours « remettre l'ouvrage sur le métier ». En effet depuis l'origine de sa découverte il constatait des décalages entre la théorie et la pratique, et devait bientôt savoir à quel phénomène attribuer ces décalages, un phénomène complexe que seuls de puissants moyens d'analyse électronique permettraient d'analyser : l'**inharmonicité**.

SI l'on regarde le « spectrogramme » d'une note musicale, soit l'image des fréquences émises, on observe aisément les **harmoniques**, dont les fréquences se distribuent sous forme de « pics » aux multiples de la fréquence fondamentale. Dans le cas d'un violon ou d'un violoncelle, les pics se trouvent sur les multiples quasi exacts, ainsi que dans le cas d'un hautbois ou d'une clarinette ; on observe déjà de petits décalages dans le cas d'instruments à cordes pincées (guitare, clavecin) mais dans le cas du piano, des décalages significatifs vont se révéler, conduisant à ne plus définir de véritables harmoniques mais des **partiels**, ou **partiels quasi harmoniques**. Ce phénomène, nommé « inharmonicité », dont la cause au piano est la grande tension et la «raideur» des cordes, a été étudié par l'acousticien américain R.W. YOUNG, ainsi que par Klaus FENNER pour ses conséquences sur la facture instrumentale. Ce sont les conséquences sur l'accord lui-même que Serge CORDIER étudiera pendant plus de dix ans, et en particulier l'effet de l'inharmonicité sur le T.E.Q.J. qu'il a inventé.

Ce décalage « inharmonique » se produit toujours « par excès », c'est à dire que les valeurs de fréquences des partiels sont toujours plus grandes que les valeurs théoriques. Il apparaît également que les fréquences se décalent de plus en plus, toujours vers le haut, en montant dans le rang des harmoniques, et que le décalage s'accentue aussi en montant vers l'aigu du piano. Ces caractéristiques conduisent à observer que le T.E.Q.J., basé sur la justesse des quintes, s'adapte remarquablement à l'inharmonicité du piano : en effet la quinte est un intervalle engendré par le 3$^{ème}$ harmonique (le fondamental étant considéré comme 1$^{er}$ harmonique) et ce 3$^{ème}$ harmonique, ici partiel, est, du fait de l'inharmonicité, plus décalé vers le haut que ne l'est le 2$^{ème}$ partiel qui engendre l'octave : cela implique que, dans le tempérament traditionnel sans agrandissement de l'octave, le raccourcissement obligé des quintes se révèle donc plus important que ne le prévoit la théorie, puisqu'il se trouve en rapport à un 3$^{ème}$ harmonique plus décalé vers le haut.

Il vaut mieux alors privilégier la quinte comme le fait le T.E.Q.J., puisque l'on sait que l'oreille est facilement gênée par le raccourcissement d'un intervalle, et tolère mieux un agrandissement comme celui de l'octave dans le nouveau tempérament. D'autres conséquences de l'inharmonicité - comme les « rapidités » (fréquences) des battements de quartes dans le médium qui sont nettement ralenties alors qu'elles pourraient sinon être gênantes – vont aussi dans le sens esthétique du T.E.Q.J., ce qui conduit à formuler, comme l'a fait un accordeur, que ce tempérament « absorbe » l'inharmonicité du piano.

Selon le fil directeur de tout son travail théorique, Serge Cordier a privilégié là aussi l'analyse de la pratique de l'accordeur et du musicien, sans vouloir imposer de théorie toute faite : il procédait ainsi par analyses électroniques d'accords effectués à l'oreille, et par contrôles à l'oreille (avec les rapidités de battements en particulier) d'accords effectués à l'accordeur électronique. Le phénomène est d'une complexité redoutable, d'autant plus que l'inharmonicité est différente d'un piano à un autre – différents instruments sont ainsi analysés dans ce mémoire, en particulier avec des tableaux du plus grand intérêt.

Ces travaux absorberont le chercheur pendant plus de dix ans, et seront malheureusement interrompus en 2005 par sa disparition brutale et prématurée. Les dernières années, il effectuait toutes ses analyses sur son ordinateur, et prévoyait de regrouper cet énorme travail dans une nouvelle communication, qu'il n'a hélas pas eu le temps de rédiger. En fait, avec la conférence au congrès des accordeurs en 1996 (« Influence de l'inharmonicité sur les rapidités d'intervalles »), ce mémoire est la seule trace écrite par Serge Cordier qu'il nous reste de tout son travail sur cet aspect très important de la justesse appliquée au piano.

C'est dire combien ce texte est précieux et intéressant, en particulier pour nous qui sommes attachés à la reconnaissance des travaux de ce « chercheur de justesse » qu'était Cordier. Même si nous ne disposons malheureusement pas des conclusions auxquelles il aurait certainement abouti s'il en avait eu le temps, on trouve déjà dans ce mémoire sur l'inharmonicité des éléments essentiels pour comprendre le phénomène et l'appliquer de manière cohérente à l'accordage du piano – et en particulier de remarquables tableaux de battements. On y trouve aussi la confirmation qu'il est bien possible, malgré l'inharmonicité et contrairement à ce qu'on a pu lire à cet égard, d'accorder un piano selon un tempérament égal à base de quintes justes. D'excellents accordeurs l'avaient déjà expérimenté d'instinct, et Serge Cordier l'avait découvert en 1972, avant de confirmer cette pratique par l'étude du chercheur hors-pair qu'il était aussi.

C'est là l'exemple d'une philosophie très fructueuse pour la recherche en général, et particulièrement en musicologie : plutôt que de postuler dans l'abstrait, observer la réalité pour mieux la comprendre.

# SOMMAIRE

# MAITRISE DE L'INHARMONICITE ET ACCORD DES PIANOS

On sait, en théorie, que l'accord du piano est fondé sur la division de l'octave naturelle (correspondant au rapport 2/1) en 12 demi-tons égaux. On obtient alors 12 sons différents par octave (13 si on compte le dernier son qui est à l'octave du premier) qui constituent ce qu'on appelle la gamme tempérée chromatique.

Pour obtenir cette échelle, l'accordeur commence par « faire la partition », c'est-à-dire le partage d'une octave du médium (généralement FA2-FA3) en 12 demi-tons égaux ; ce partage une fois réussi, il accorde le reste du piano par octaves naturelles à partir des notes de la partition.

Ces opérations peuvent s'effectuer soit au moyen d'un appareil appelé « accordeur électronique », soit « à l'oreille » à condition de connaître et de savoir évaluer la fréquence des battements d'harmoniques qu'émettent les principaux intervalles tempérés de la partition : quintes, quartes, tierces, sixtes…. Ce que les accordeurs appellent leur « rapidité ». Seules les octaves, qui restent naturelles, sont, en principe, dépourvues de battements.

**Dans le cas de l'accordeur électronique**, l'appareil est réglé sur les fréquences théoriques de la gamme tempérée avec une précision de 1/10ème de hertz (1/10$^{ème}$ de vibration à la seconde). Il est facile de calculer les fréquences théoriques de la gamme tempérée : ainsi pour obtenir la fréquence du Si♭3 qui se trouve un demi-ton au-dessus du LA3, il suffit de prendre la racine douzième de 2 soit 1,05946… qui correspond donc au rapport de demi-ton, puis de multiplier 440 (fréquence du LA3) par ce rapport. On trouve 466,163…. Pour obtenir celle de SI3, on multiplie cette fois celle de Si♭3, soit 466,163…, par le rapport de demi-ton (1,05946…) et ainsi de suite en allant vers l'aigu.
On trouve les fréquences des sons graves en commençant par diviser celle de LA3 (440 hz) par le rapport de demi-ton : on obtient alors celle de SOL♯3 puis on divise celle de SOL♯3 à nouveau par 1,05946… : on trouve alors celle de SOL3 et ainsi de suite en allant vers le grave **(voir TABLEAU n°1)**.

**Lorsqu'on accorde à l'oreille**, il faut, avons-nous dit, être capable d'entendre les battements d'harmoniques des principaux intervalles de la partition et connaître leur rapidité (nombre de battements à la seconde). On calcule la rapidité d'un intervalle à partir de la fréquence des harmoniques des deux notes formant cet intervalle : supposons, par exemple, que nous ayons à calculer la rapidité de la tierce FA2-LA2 dans la gamme tempérée ; les deux notes formant cette tierce ont un harmonique commun : LA4 qui est le 5$^{ème}$ harmonique de FA2 et le 4$^{ème}$ de LA2. Or, dans la gamme tempérée, ces deux harmoniques ne présentent pas exactement la même fréquence.
En effet, le 5$^{ème}$ harmonique de FA2 a une fréquence de

174,614 hz x 5 = 873,07 hz

alors que le 4$^{ème}$ harmonique de LA2 a une fréquence de

220 hz x 4 = 880 hz

Il va donc se produire entre ces deux harmoniques des battements dont la rapidité (nombre de battements/seconde) est égale à la différence de leur fréquence, soit :

880 – 873,07 = 6,93 bat/sec

Pour obtenir les battements de la tierce majeure FA♯2-LA♯2 immédiatement supérieure, il suffit alors de multiplier la rapidité de FA2-LA2 par 1,05946… c'est-à-dire par le rapport de demi-ton :

Rapidité (R) de FA♯2-LA♯2 = 6,93 x 1,05946 = 7,342

et ainsi de suite pour les tierces plus aigües.
Pour obtenir la rapidité de la tierce majeure immédiatement inférieure MI2-SOL♯2, il faut diviser celle de FA2-LA2 par le rapport de demi-ton :

R MI2-SOL♯2 = 6,93 : 1,05946 = 6,54

et ainsi de suite pour les tierces les plus graves.

Les rapidités des autres intervalles utilisés par l'accordeur se calculent selon les mêmes principes en sachant que :

- dans la quinte c'est le 3$^{ème}$ harmonique de la note grave qui bat avec le 2$^{ème}$ harmonique de la note aigüe
- dans la quarte c'est le 4$^{ème}$ de la note grave et le 3$^{ème}$ de la note aigüe
- dans la sixte c'est le 5$^{ème}$ de la note grave et le 3$^{ème}$ de la note aigüe
- dans la 10$^{ème}$ c'est le 5$^{ème}$ de la note grave et le 2$^{ème}$ de la note aigüe
- dans la 17$^{ème}$ c'est le 5$^{ème}$ de la note grave avec la note aigüe elle-même

Comme nous venons de le voir en ce qui concerne les tierces, si deux intervalles de même nature sont distants d'un demi-ton, l'intervalle le plus aigu présente une rapidité 1,05946… fois plus grande que celle de l'intervalle le plus grave.

**En d'autres termes, on peut dire que la progression de rapidité d'un intervalle <u>quelconque</u> à l'intervalle de même nature immédiatement supérieur (un demi-ton au-dessus) a pour raison la valeur du rapport de demi-ton, soit 1,05946…**

C'est à partir de calculs de ce genre que les méthodes d'accord, les ouvrages d'acoustique ou les encyclopédies musicales présentent les fréquences des notes et les rapidités de la gamme tempérée. **(voir TABLEAU n°1)**

Malheureusement, en accordant un piano d'après ces fréquences ou ces rapidités, on n'obtient pas des résultats aussi excellents que ceux qu'on serait en droit d'attendre. C'est ainsi qu'en respectant les fréquences théoriques à 1/10$^{ème}$ de hertz près grâce à un appareil électronique, on obtient un accord «*tout à fait faux*» pour reprendre l'expression sans appel employée par E. LEIPP (« ACOUSTIQUE ET MUSIQUE» éd. Masson page 134)

En accordant un piano « à l'oreille » et en cherchant à réaliser non les fréquences (que l'oreille ne perçoit pas) mais les rapidités théoriques calculées ci-dessus, on parvient à des résultats meilleurs au niveau de la partition et du médium. Mais la qualité de l'accord et sa justesse se dégradent assez rapidement lorsqu'on se dirige vers l'aigu ou le grave ; l'aigu paraît trop bas et les graves trop hauts par rapport au médium. Deux raisons sont à l'origine de ces déconvenues :

- l'une tient au fait que dans tous ces calculs on ne tient pas du tout compte d'un phénomène : à savoir **l'inharmonicité** des cordes vibrantes.
- L'autre provient de **l'absence d'une théorie cohérente** en matière de justesse musicale.

Ces deux mêmes raisons sont sans doute à l'origine de la fausseté d'autres instruments à sons fixes comme les instruments électroniques, le synthétiseur, la guitare, la harpe et de beaucoup d'instruments à percussion accordés électroniquement, selon les fréquences théoriques de la gamme tempérée.

Nous allons examiner successivement ces deux facteurs de distorsion de la justesse que sont, répétons-le, l'inharmonicité et l'absence d'une théorie cohérente concernant la justesse musicale.

Dans les cahiers d'EUROPIANO, le grand facteur allemand, Klaus FENNER écrit que les facteurs de pianos qui ignorent les lois de l'inharmonicité ou n'en tiennent pas compte, attentent à la qualité musicale de leurs instruments ; je serais tenté d'ajouter qu'il en est de même des accordeurs…les accordeurs électroniques en particulier.

Les autres, les accordeurs en chair et en os, les meilleurs du moins, obéissent empiriquement à ces lois en se fiant à leur oreille. Ils savent donc très bien qu'il faut « tricher » avec la théorie admise (qui ne tient pas compte de l'inharmonicité) pour obtenir un bon accord.

Pour expliquer les écarts ou marges d'erreur qu'ils constatent entre la théorie reçue et la pratique, ils sont parfois tentés d'accuser le piano (et donc le facteur !) en invoquant des défectuosités dans le plan de cordage : de telles défectuosités existent bien sur certains instruments mais elles sont de plus en plus rares sur les pianos modernes et en particulier sur les grands pianos à queue de concert.

Pourtant, même sur de tels pianos, on n'obtient qu'un accord médiocre si l'on applique strictement la théorie. Si la connaissance empirique des lois de l'inharmonicité et de la justesse permet aux meilleurs accordeurs de pallier le plus souvent les carences ou insuffisances théoriques, nous pensons que **les conséquences** de l'inharmonicité sur l'accord des pianos (et d'autres instruments) devraient être mieux connues des facteurs et des accordeurs : il y aurait ainsi moins de distorsion entre la théorie affichée et la pratique.

Cette distorsion est à coup sûr préjudiciable à l'enseignement de l'accord : c'est ce qui explique peut-être la rareté des bons accordeurs. En tout cas, l'échec d'un accord réalisé avec une précision électronique selon les fréquences théoriques est une preuve convaincante des déficiences d'une théorie qui ne tient pas compte de l'inharmonicité. La réciproque est d'ailleurs vraie : LA JUSTESSE D'UNE THEORIE SERAIT AMPLEMENT CONFIRMEE PAR LA REUSSITE D'UN ACCORD ELECTRONIQUE QUI EN SERAIT L'APPLICATION.

## QU'EST-CE DONC QUE L'INHARMONICITE ET QUELLES EN SONT LES CONSEQUENCES SUR L'ACCORD ET LA JUSTESSE ?

En principe, une corde mise en vibration émet un son fondamental et une série de sons harmoniques dont les fréquences sont des multiples de la fréquence du son fondamental ; c'est sur cette vue toute théorique qu'est fondé le calcul traditionnel des battements d'harmoniques (ou rapidités) utilisé en accord, calcul que nous venons d'évoquer ci-dessus.

En fait, sur un piano (et sur beaucoup d'autres instruments), les fréquences réelles des harmoniques ne sont jamais des multiples exacts de la fréquence du son fondamental, elles se situent toujours très légèrement plus haut.

**C'est cet écart entre la fréquence de l'harmonique théorique et celle du son réellement émis qu'on appelle INHARMONICITE.**

Les sons réellement émis ne sont donc pas vraiment des harmoniques, si l'on entend par là des multiples rigoureusement exacts d'une fréquence fondamentale. C'est pourquoi en acoustique on les appelle des **PARTIELS**.

Dans le cas du piano, ces décalages sont si infimes qu'on les mesure en *cents* (1/100$^{ème}$ de demi-ton) et qu'on les a appelés « *partiels quasi harmoniques* ». On a d'ailleurs longtemps cru qu'ils ne pouvaient avoir de conséquences appréciables sur la justesse. Qu'on se détrompe ! A petites causes grands effets, comme l'a mis en évidence l'accordage électronique fondé sur les fréquences théoriques de la gamme tempérée.

C'est que, comme l'a clairement montré l'acousticien américain R.W. YOUNG dans ses communications au « Journal de la Société Américaine d'Acoustique », l'inharmonicité croît régulièrement du médium à l'aigu de demi-ton en demi-ton.

Le facteur de progression de l'inharmonicité, appelé « q », dépend certes du plan de cordage de chaque piano mais il est toujours voisin de $10^{0,04}$ (environ 1,09). Cela signifie que si une corde se trouve un demi-ton plus haut qu'une corde voisine, son inharmonicité sera multipliée par 1,09.

Ce facteur est loin d'être négligeable car $1,09^8$ est pratiquement égal à 2, ce qui signifie que l'inharmonicité double environ toutes les 8 notes en allant vers l'aigu.

**L'inharmonicité d'une corde quelconque d'un piano peut s'exprimer par une formule simple** :

$$I = K \times q^n$$

où « K » est la valeur de l'inharmonicité exprimée en cents (1/100ème de demi-ton) du LA3 du piano, « q » la raison de la progression de l'inharmonicité de demi-ton en demi-ton et « n » le nombre de demi-tons qui séparent une corde quelconque de la corde LA3.

Supposons, par exemple, qu'un piano ait K = 0,5 cents, q = 1,09 et que nous voulions connaître le coefficient d'inharmonicité de DO3 qui se trouve 9 demi-tons en dessous du LA3. Nous aurons donc :

$$I\ DO3 = 0{,}5 : 1{,}09^9 = 0{,}23\ldots$$

YOUNG a pu établir qu'entre la valeur de l'inharmonicité donnée par cette formule et la mesure précise de l'inharmonicité effectuée sur un STEINWAY modèle D (ou sur tout piano de bonne qualité) <u>il n'existait jamais un écart de plus de 2%.</u> Cet écart se produit d'ailleurs lorsque dans le plan de cordage on passe d'un diamètre à un autre (d'où l'intérêt de plans de cordage très progressifs).

A la suite de très nombreuses expériences et mesures, YOUNG a aussi montré que l'inharmonicité des cordes en acier était à peu près la même pour tous les pianos, du grand queue de concert au piano droit de bonne qualité. Ce fait est extrêmement intéressant car, s'il existe un fossé entre un accord obtenu sans tenir compte de l'inharmonicité et un accord où cette dernière est prise en compte, une procédure d'accord intégrant l'inharmonicité sera, en revanche, à peu près valable pour tous les pianos (tout au moins du médium à l'aigu).

Par ailleurs, l'inharmonicité s'accroît de partiel en partiel, non pas proportionnellement au rang du partiel (comme la fréquence des harmoniques) mais bien en fonction du **carré** de ce rang. Ainsi, quand l'inharmonicité du premier partiel (ou son fondamental) est de 1 cent, celle du second partiel est de 4 cents ($2^2$), celle du 3ème est de 9 cents ($3^2$), celle du 4ème est de 16 cents ($4^2$), etc….

Comme l'inharmonicité du son fondamental (ici 1 cent) est prise en compte dans sa fréquence, il faut, pour trouver la fréquence de chaque partiel, ne considérer que leur inharmonicité relative par rapport à l'inharmonicité du son fondamental.

En d'autres termes, pour calculer la fréquence du partiel de rang 2, on multipliera la fréquence du son fondamental par 2 puis par un rapport d'intervalle qui aura pour valeur (exprimée en cents) non pas 4 fois celle de l'inharmonicité du son fondamental (inharmonicité réelle) mais seulement 3 fois (inharmonicité relative égale à l'inharmonicité réelle à laquelle on retranche celle déjà prise en compte du son fondamental).

Pour le 3ème partiel, on multipliera donc la fréquence du son fondamental par 3 puis par un rapport qui aura pour valeur (exprimée en cents) : 9 – 1 = 8 fois l'inharmonicité du premier partiel.

Pour le 4ème partiel on multipliera la fréquence du son fondamental par 4 puis par un rapport qui vaut 16 – 1 = 15 fois l'inharmonicité du premier partiel.

Dans l'exemple qui nous intéresse, l'inharmonicité du son fondamental est de 1 cent ; il faudra donc, pour obtenir la fréquence du 2ème partiel, multiplier sa fréquence par 2 puis par un rapport d'intervalle correspondant à 3 cents, c'est-à-dire par $1{,}00057779^3$ puisque un cent correspond au rapport 1,00057779.

Pour obtenir celle du 3ème partiel, il faudra multiplier la fréquence du son fondamental par 3 puis par un rapport d'intervalle correspondant à 8 cents : $1{,}00057779^8$.

Pour obtenir celle du 4ème partiel, il faudra multiplier la fréquence du son fondamental par 4 puis par un rapport d'intervalle correspondant à 15 cents : $1{,}00057779^{15}$ etc….

Si l'inharmonicité du son fondamental avait été de 2 cents, les inharmonicités relatives des 2ème, 3ème, 4ème, 5ème et 6ème partiels seraient respectivement de 6, 16, 30, 48 et 70 cents ! Ce dernier chiffre dépasse le quart de ton (50 cents) ! Malgré la faiblesse de l'inharmonicité des sons fondamentaux, on va donc assister à des distorsions d'intervalle spectaculaires si on ne corrige pas dans les calculs (sinon à l'oreille) les effets exponentiels du phénomène. Nous allons le montrer par un exemple édifiant :

On sait que les battements de 17ème majeure sont très importants dans l'accord du piano dans la mesure où c'est le 5ème harmonique de la note grave qui bat directement avec la note aigüe, ce qui donne à celle-ci une couleur caractéristique que reconnaît immédiatement notre oreille actuelle conditionnée à la tierce haute et aux battements qui la caractérisent.

Considérons, par exemple, la 17ème LA3-DO♯6 sur un piano accordé strictement selon les fréquences théoriques de la gamme tempérée. En principe, il va se produire des battements entre le 5ème harmonique de LA3 (qui est un DO♯6) et le DO♯6, note aigüe de la 17ème.

Calculons la rapidité théorique de ce battement : pour cela il suffit de calculer la fréquence (N) des deux DO♯6 et d'en faire la soustraction. Dans la gamme tempérée, le DO♯6 se trouve à 28 demi-tons du LA3 ; pour avoir sa fréquence on multiplie donc celle du LA3 (soit 440 hz) par le rapport de demi-ton élevé à la puissance 28 :

demi-ton tempéré = $2^{1/12}$ = 1,059463…

N DO♯6 = 440 x $1,059463…^{28}$ = 2217,46 hz

Par définition le 5ème harmonique de LA3 a une fréquence égale à 5 fois celle de LA3, elle sera donc :

N DO♯6 = 440 x 5 = 2200 hz

La 17ème LA3-DO♯6 devrait donc, en théorie, présenter une rapidité de :

2217,46 – 2200 = 17,46 battements/seconde

pour sonner juste à nos oreilles conditionnées à la tierce haute. Mais <u>ce n'est pas du tout ce qui va se passer</u> si on maintient le DO♯6 à 2217,46 hz, comme va le faire un appareil électronique fournissant les fréquences théoriques de la gamme tempérée.

En effet, supposons que la corde LA3 présente une inharmonicité fondamentale de seulement 0,61 cents, c'est-à-dire environ 1/2000ème d'octave ou 1/328ème de ton. L'inharmonicité relative du 5ème harmonique sera alors de 0,61 x 24 = 14,64 cents, ce qui fait environ 1/100ème d'octave ou 1/20ème de ton, soit, exprimé en rapport d'intervalle :

$1,00057779^{14,64}$ = 1,00849…

Pour savoir la fréquence réelle du 5ème partiel, il convient donc de multiplier la fréquence de ce qui serait le 5ème harmonique par ce rapport :

2200 x 1,00849… = 2218,68

Or, que voyons-nous ? Le 5ème partiel au lieu de se situer, comme le prévoit la théorie de la gamme tempérée, nettement en dessous de la note aigüe, se trouve en réalité plus haut, si bien que la 17ème <u>au lieu de battre rapidement et par excès bat donc, contre toute attente, lentement et par défaut à</u> :

2217,46 – 2218,68 = **-** 1,22 battements/seconde !

Le DO♯6 va paraître beaucoup trop bas et donc très faux ! Ce qui justifie pleinement la réaction d'Emile LEIPP, citée ci-dessus, à l'audition d'un piano ainsi accordé.

## DISTORSIONS D'INTERVALLES DUES A L'INHARMONICITE SUR UN PIANO ACCORDE SELON LES FREQUENCES THEORIQUES DE LA GAMME TEMPEREE

Pour les calculer et se rendre compte du degré de distorsion atteint par chaque intervalle, il faut connaître l'inharmonicité de toutes les cordes d'un piano. Or, cette inharmonicité est facile à évaluer du médium à l'aigu d'un piano puisque, comme l'a montré YOUNG, elle croît régulièrement et en progression géométrique. Il suffit donc de déterminer l'inharmonicité K du LA3 et de connaître « q », la raison de la progression.

Nous allons voir ce qu'il en est, par exemple, sur un piano RAMEAU 114, puisque la Maison « PIANO DE FRANCE » a bien voulu me fournir ces chiffres pour un tel piano dont l'inharmonicité a été calculée avec soin par Monsieur SABATIER, ingénieur dans cette maison.

Pour ce piano K = 0,53 cents et q = 1,063779478. Sur ces bases, j'ai calculé l'inharmonicité prévisible du FA2 au DO5 pour les 6 premiers partiels de chaque note. Pour y parvenir, il convient d'abord de calculer l'inharmonicité fondamentale de FA2, qui se trouve 16 demi-tons au-dessous de LA3, en appliquant la formule :

$I = K \times q^{n}$

ce qui donne :

$I\ FA2 = 0{,}53 : q^{16} = 0{,}53 : 1{,}063779478^{16} = 0{,}197$

Pour obtenir ensuite le taux d'inharmonicité fondamentale de la corde suivante, correspondant à FA♯2, il suffit de multiplier le taux d'inharmonicité de la corde FA2 par q, raison de la progression, et ainsi de suite jusqu'à DO5.

On obtient ensuite le taux d'inharmonicité des partiels 2, 3, 4, 5 et 6 de chaque note en multipliant celui du son fondamental de chaque corde successivement par 3, 8, 15, 24 et 35 ainsi que nous l'avons déjà vu.

On obtient ainsi pour le RAMEAU 114 **le TABLEAU n°2.**

## CALCUL DE LA DISTORSION D'INHARMONICITE D'UN INTERVALLE

Prenons un intervalle quelconque, par exemple la quinte FA2-DO3. S'il n'y avait pas d'inharmonicité, la rapidité de cette quinte serait égale à la différence de fréquence entre le 2$^{ème}$ harmonique de DO3 et le 3$^{ème}$ de FA2 qui sont tous les deux des DO4. Ce que nous pouvons établir facilement en consultant le tableau des fréquences de la gamme tempérée (**voir TABLEAU n°1**)

2$^{ème}$ harmonique de DO3 = 261,625… x 2 = 523,251…

3$^{ème}$ harmonique de FA2 = 174,614… x 3 = 523,842…

Rapidité de la quinte = **-** 0,59…

Tenons maintenant compte de l'inharmonicité : comme le second partiel de DO3 présente une inharmonicité de 0,92 cents (**voir TABLEAU n°2**), il faut, pour obtenir la fréquence du second partiel, multiplier la fréquence du 2$^{ème}$ harmonique théorique par le rapport correspondant à 1 cent élevé à la puissance 0,92. Nous avons donc :

2$^{ème}$ partiel de DO3 = $2 \times 261{,}625 \times 1{,}00057779^{0{,}92} = 523{,}53$ **(1)**

De même nous obtenons le 3$^{ème}$ partiel de FA2 en multipliant la fréquence de son 3$^{ème}$ harmonique théorique par le rapport correspondant à 1 cent élevé cette fois à la puissance 1,584 (taux d'inharmonicité de ce 3$^{ème}$ partiel) :

3$^{ème}$ partiel de FA2 = $3 \times 174{,}614 \times 1{,}00057779^{1{,}584} = 524{,}321$ **(2)**

Rapidité de la quinte = **-** 0,79

Pour n'être pas spectaculaire, la différence de rapidité est cependant sensible. TOUT SE PASSE COMME SI L'INTERVALLE ETAIT DEVENU PLUS PETIT, ce qui apparaît clairement à la lecture des égalités **(1)** et **(2)** ci-dessus.

En effet l'égalité **(1)** peut s'écrire : $2 \times (261{,}625 \times 1{,}00057779^{0{,}92})$
ce qui correspond par définition au second harmonique d'un son dont la fréquence fondamentale serait $(261{,}625 \times 1{,}00057779^{0{,}92})$.

De même l'égalité **(2)** peut s'écrire : $3 \times (174{,}614 \times 1{,}00057779^{1{,}584})$
ce qui correspond par définition au 3ème harmonique d'un son dont la fréquence fondamentale serait $(174{,}614 \times 1{,}00057779^{1{,}584})$

Tout se passe donc comme si les deux sons formant la quinte ne correspondaient plus au rapport de quinte tempérée : 261,625/174,614 = 1,4983…

mais bien au rapport : $$\frac{261{,}625 \times 1{,}00057779^{0{,}92}}{174{,}614 \times 1{,}00057779^{1{,}584}}$$

c'est-à-dire : $1{,}4983\ldots \times 1{,}00057779^{\,0{,}92-1{,}584}$

qui est plus petit que le rapport de quinte tempérée puisque celui-ci se trouve réduit du différentiel d'inharmonicité existant entre le 2ème partiel de la note aigüe et le 3ème partiel de la note grave et ne vaut plus que 1,49792…

**Il va en être de même pour tous les intervalles sans exception** : en effet, dans tout intervalle le partiel de la note grave est toujours d'un rang plus élevé que le partiel de la note aigüe avec lequel il bat. **Comme l'inharmonicité s'accroît en fonction du carré du rang d'un partiel, il en résulte que celle du partiel de la note grave est toujours plus élevée que celle du partiel de la note aigüe.**

Par exemple, pour la quinte FA2-DO3 le 3ème partiel de FA2, note grave de l'intervalle, présente une inharmonicité de 1,584 cents alors que l'inharmonicité du 2ème partiel de DO3, note aigüe de l'intervalle, n'est que de 0,92 cents. Tout se passe donc comme si la quinte était réduite de :

$$0{,}92 \text{ cts} - 1{,}584 \text{ cts} = -0{,}664 \text{ cts}$$

Or cette réduction, qui est très faible dans le médium, va s'accroître d'une quinte à la quinte immédiatement supérieure selon une progression de raison égale à « q » c'est-à-dire à celle de l'inharmonicité ; progression qui, pour le RAMEAU 114, est égale à 1,063779478.

La distorsion d'une quinte, comme par exemple LA3-MI4, qui se trouve 16 demi-tons au-dessus de la quinte FA2-DO3, sera donc égale à :

$$-0{,}664\ldots \times q^{16} = -1{,}7856 \text{ cts}$$

Comme la quinte tempérée vaut 700 cents, cette quinte ne vaudra apparemment plus que :

$$700 - 1{,}7856 = 698{,}214 \text{ cts}$$

ce qui, converti en rapport de fréquence, donne :

$$1{,}00057779^{\,698{,}214} = 1{,}49676$$

Le rapport entre le 3ème partiel du LA3 et le 2ème partiel du MI4 va donc être de :

$$3 : 2 \times 1{,}49676 = 1{,}002163$$

Calculons la fréquence N du 2ème partiel de MI4 à partir de la fréquence de MI4 : 659,255 (voir TABLEAU n°1) et de l' inharmonicité du 2ème partiel de MI4 : 2,46 (voir TABLEAU n°2)

$$\text{N du 2ème partiel} = 659{,}255 \times 2 \times 1{,}00057779^{2{,}46} = 1320{,}385$$

La fréquence du 3ème partiel de LA3 sera donc :

$$\text{N du 3ème partiel} = 1320{,}0334 \times 1{,}002163 = 1323{,}2408$$

La rapidité de la quinte, compte tenu de l' inharmonicité, sera donc :

$$\text{R LA3-MI4} = 1320{,}385 - 1323{,}2408 = -2{,}86$$

alors qu'elle n'aurait dû être que de – 1,49, différence très marquée cette fois puisque, à cette hauteur encore modeste, c'est presque le double de la valeur attendue et donc la quinte semblera beaucoup plus fausse que prévu.

A partir de calculs semblables, j'ai dressé un tableau très instructif des distorsions des principaux intervalles dans un accord réalisé à partir des fréquences théoriques de la gamme tempérée du FA2 au DO5. Pour chaque intervalle, j'ai indiqué la rapidité théorique (th) et celle qu'on obtient réellement (réel) en raison de l'inharmonicité (**voir TABLEAU n°3**).

Un signe moins : - signifie que l'intervalle bat par défaut, c'est-à-dire qu'il paraît plus petit que l'intervalle naturel correspondant.

Les 10èmes et 17èmes figurant dans ce tableau sont évidemment majeures car, comme les tierces et contrairement aux 10èmes et 17èmes mineures, elles jouent un grand rôle dans la justesse et la sonorité d'un piano en raison de l'importance de leurs battements.

Je n'ai fait figurer que les rapidités réelles des 10èmes et des 17èmes majeures puisque, dans la gamme tempérée, leurs rapidités théoriques sont exactement les mêmes que celles des tierces majeures correspondantes.

Ainsi, une 17ème majeure telle que FA2-LA4 présente **théoriquement** la même rapidité que la 10ème FA2-LA3 et que la tierce FA2-LA2, soit : 6,9.

Il suffit donc de se reporter aux **rapidités réelles** pour constater que cette égalité théorique de rapidité entre la tierce majeure, la 10ème majeure et la 17ème majeure, ayant la même note de basse, vole en éclat.

Par ailleurs, on peut constater que les colonnes correspondant aux rapidités théoriques sont entièrement remplies (même celle des octaves, qui est pleine de 0…). C'est que ces rapidités théoriques sont bien connues et faciles à calculer.

En revanche, les colonnes consacrées aux rapidités réelles comportent des trous car elles exigent, pour les calculer et ainsi que nous venons de le voir, une certaine gymnastique : celles que j'ai calculées suffisent cependant largement pour prendre conscience du phénomène.

Enfin, certaines rapidités sont écrites en caractères gras, ce sont celles à partir desquelles notre oreille réagit en raison de la fausseté qu'elles confèrent à un intervalle. Celles qui, de plus, sont soulignées sont particulièrement horribles !

Examinons donc en détail ce tableau : on voit que les distorsions sont d'autant plus fortes que l'intervalle est plus aigu, ce qui n'est pas étonnant puisque l'inharmonicité croît de façon exponentielle. Au fur et à mesure que l'on progresse vers l'aigu, tous les intervalles semblent donc se ratatiner. Observons donc comment évolue chacun d'entre eux.

La quinte tempérée, qui bat déjà théoriquement à **-** 1,5 à la hauteur du LA 440 (ce qui est déjà beaucoup !) bat en réalité presque deux fois plus et sombre rapidement dans l'horreur quelques demi-tons au-dessus (- 5,8 au lieu des - 2,4 déjà difficilement soutenables à la hauteur du FA4) et nous sommes loin de l'extrême aigu du piano !

Autre horreur : l'octave, qui devrait rester naturelle (sans battement), se met très vite à battre et à battre négativement quand l'oreille la désirerait au contraire agrandie ! La double octave (15ème) est encore plus durement touchée.

La tierce majeure, quant à elle, résiste beaucoup mieux et reste même assez longtemps présentable. Mais il n'en va pas de même des 10èmes et des 17èmes majeures qui, après avoir crû très lentement, décrochent, se tassent et se mettent à battre négativement, ce qui les rend tout simplement odieuses aux oreilles d'un musicien même médiocre.

Concernant les quartes, leurs rapidités stagnent autour d'un 0,4 fatidique puis c'est la chute dans le maelström…

## DISTORSIONS D'INTERVALLES SUR UN PIANO ACCORDE « A L'OREILLE » SELON LA GAMME TEMPEREE

Nous abordons avec ce sujet ce qui va devenir notre souci principal, à savoir : les corrections à apporter aux distorsions de rapidité dues à l'inharmonicité pour les faire disparaître ou, tout au moins, les réduire.

En général, l'accordeur ne se préoccupe guère des fréquences (en dehors de celle du diapason qui lui est imposée) : c'est que l'oreille ne les perçoit pas. En revanche, il s'intéresse à la rapidité des battements des intervalles, qui correspondent à des différences de fréquences entre harmoniques et que l'oreille, avec un peu d'entraînement, perçoit très bien. Ce sont ces rapidités que l'accordeur va essayer de réaliser, à l'oreille, au niveau de la partition FA2-FA3 ; ce faisant, il va, sans le savoir, « corriger » empiriquement les fréquences théoriques, mais en partie seulement…

Le premier souci de l'accordeur va être de **réaliser une bonne partition**. Celle-ci se fait généralement de FA2 à FA3. Partant d'une octave dont la justesse « naturelle » (absence de battement) est soigneusement contrôlée, l'accordeur va s'efforcer de la partager en demi-tons égaux en réalisant des rapidités de tierces majeures, de sixtes majeures, de quintes et de quartes aussi progressives que possible (il est facile de démontrer que, si le tempérament est égal, la rapidité des intervalles de même nature augmente de demi-ton en demi-ton selon une progression géométrique dont la raison est égale au rapport de demi-ton).

La partition une fois réussie, il va accorder le reste du piano par octaves « naturelles » à partir des notes de la partition. Mais en cherchant à créer des octaves sans battement, l'accordeur va corriger automatiquement leur distorsion inharmonique, contrairement à ce qui se passe dans un accordage électronique.

Nous avons vu en effet que le doublement rigoureux des fréquences ne suffisaient pas pour que celles-ci soient pures de tout battement ; ceci en raison de l'inharmonicité qui fait que le 2$^{ème}$ harmonique de la note grave de l'octave va présenter une fréquence supérieure à deux fois la fréquence de la note grave.

Pour éviter ce battement qui ferait vite paraître l'octave trop courte et donc fausse (**voir TABLEAU n°3**), l'accordeur va agrandir systématiquement toutes les octaves, non pas uniformément (car l'inharmonicité ne cesse de croître lorsqu'on se dirige vers l'aigu) mais de plus en plus.

En partageant l'octave agrandie de la partition en douze demi-tons, de manière à ce que les rapidités des principaux intervalles soient bien progressives, l'accordeur va également agrandir légèrement les demi-tons, donc tous les intervalles et cet agrandissement va se prolonger au-delà de la partition.

Cet agrandissement, si léger soit-il, devra être, sous peine de rupture dans la progression des rapidités, en constante augmentation lorsqu'on progresse vers l'aigu. Il devra en effet répondre, sans solution de continuité, à la progression géométrique de l'inharmonicité des octaves.

**Les demi-tons eux-mêmes ne seront donc pas vraiment égaux**, comme c'est le cas en théorie, mais en constante expansion puisque leur correction d'inharmonicité (comme celle des octaves et de tous les autres intervalles) croîtra de façon exponentielle selon une progression géométrique de raison « q », caractéristique de la progression d'inharmonicité d'un piano.

La question qui se pose alors est de savoir si cet agrandissement des demi-tons **en fonction de l'inharmonicité de l'octave** sera suffisant pour compenser les distorsions des autres intervalles ?

C'est ce que nous allons voir en examinant ce qui va se passer sur un RAMEAU 114 accordé selon cette procédure. Consultons donc pour cela le **TABLEAU n°2**.

La distorsion d'inharmonicité de l'octave de la partition FA2-FA3 est égale à l'inharmonicité du 2$^{ème}$ partiel de FA2 soit 0,594 cents. Comme, à l'échelon des demi-tons, les corrections de l'inharmonicité des demi-tons successifs devront former elles-mêmes une progression géométrique de raison « q », la correction d'inharmonicité du 1er demi-ton FA2-FA♯2 devra être telle que la somme des corrections de tous les demi-tons composant l'octave FA2-FA3 redonne 0,594 (correction de l'octave de la partition FA2-FA3).

Nous sommes donc amenés à considérer la correction de l'octave comme la somme d'une progression géométrique de 12 termes, connaissant la raison de la progression « q » et la somme totale : soit 0,594.

Pour pouvoir connaître alors tous les termes de la progression, c'est-à-dire la correction d'inharmonicité de tous les demi-tons (et par suite de tous les intervalles), il suffit de connaître la correction du 1er demi-ton FA2-FA♯2 que nous appellerons Co (Correction d'inharmonicité C en fonction de l'octave o).

Elle nous sera donnée par la formule qui, en mathématique, donne la valeur du 1er terme d'une progression géométrique lorsqu'on connaît la somme de la progression, sa raison « q » et le nombre de termes « n » qu'elle comporte :

$$1^{er} \text{ terme} = \frac{S\,(q - 1)}{q^n - 1}$$

c'est-à-dire ici :

$$Co = \frac{0{,}594\ (\ 1{,}063779 - 1\ )}{1{,}063779^{12} - 1} = 0{,}034440918 \text{ cts}$$

Nous sommes maintenant à même de calculer avec précision la correction qu'un accordeur pratiquant cette méthode va empiriquement apporter à une note quelconque du médium ou de l'aigu sur un RAMEAU 114, ce qui nous permettra ensuite de dresser l'échelle moyenne ou statistique des fréquences utilisées **(1)**.

Par exemple, évaluons la correction à apporter à la 10ème séparant le FA2, 1ère note de la partition, du LA3 du diapason fixée à 440 hz. Calculons d'abord à quel rapport d'intervalle correspond cette 10ème dans la gamme tempérée théorique : entre le FA2 et le LA3 il y a 16 demi-tons ; il suffit donc de porter le rapport de demi-ton à la puissance 16, soit :

$$1{,}05946^{\ 16} = 2{,}51984$$

La correction à apporter à cet intervalle sera égale à la somme des corrections apportées à ces 16 demi-tons, soit, puisqu'il s'agit d'une progression géométrique à :

$$\frac{Io\ (q^n - 1\ )}{q - 1}$$

En remplaçant les symboles par leur valeur, cela donne :

$$\text{Correction du rapport FA2-LA3} = \frac{0{,}0344\ldots \times (\ 1{,}06377^{16} - 1\ )}{1{,}06377 - 1} = 0{,}912\ldots\text{cents}$$

ce qui correspond à un rapport de $1{,}00057779^{0{,}912}$ , c'est-à-dire 1,000527…

Le rapport FA2-LA3 sera donc, une fois corrigé, de :

$$2{,}51984\ldots \times 1{,}000527\ldots = 2{,}52117\ldots$$

La fréquence de FA2 sera donc :

$$440 : 2{,}52117\ldots = 174{,}522$$

**(1)** *Il est évident que l'accordeur ne réalisera pas rigoureusement ces fréquences, surtout dans l'octave FA2-FA3 de la partition où les déviations dues à l'inharmonicité sont encore peu appréciables et restent en dessous du seuil de discrimination de l'oreille ; mais à partir de FA3, il en va différemment car les effets de l'inharmonicité commencent à être appréciables et les fréquences que nous calculons sont alors certainement beaucoup plus proches de la réalité que les fréquences théoriques avancées habituellement. D'où le terme d'échelle « statistique » qui signifie qu'aux erreurs près, dues aux limites de la perception, l'accordeur réalise bien ces nouvelles fréquences et non les fréquences théoriques.*

Il est alors facile de calculer tous les intervalles et toutes les fréquences de cet accord : on calcule d'abord les fréquences théoriques de la gamme tempérée en partant d'un FA2 de 174,522 hz (**voir TABLEAU n°4**) puis, pour chaque note, la correction d'inharmonicité de son rapport avec FA2, première note de la progression. (on applique pour cela la formule utilisée ci-dessus pour trouver la correction du rapport FA2-LA3) ; cette correction une fois calculée en cents, on la transforme en un rapport de fréquences par lequel on multiplie la fréquence théorique.

On obtient ainsi les fréquences corrigées qui figurent dans la colonne 2. Il ne reste plus qu'à calculer les rapidités réelles en se servant des fréquences corrigées et du **TABLEAU n°2** donnant les taux d'inharmonicité des cordes du RAMEAU 114. Les résultats de ces calculs sont consignés dans le **TABLEAU n°5**.

Avant de l'examiner en détail, quelques remarques concernant ce tableau :

- Les fréquences théoriques auraient dû être calculées à partir d'un LA 440. Mais si nous avions procédé de la sorte, la correction du LA3 aurait porté cette note à un diapason supérieur à 440. Or, l'accordeur prendra en principe un LA 440. Il fallait donc, pour pratiquer ces corrections, prendre un diapason inférieur, soit 439,76. La différence avec le diapason normal est si petite que le calcul des fréquences théoriques de la gamme tempérée n'en est pas du tout affecté, comme on pourra s'en rendre compte en calculant quelques rapidités théoriques à ce diapason.
- Je n'ai pas fait figurer les rapidités théoriques et pratiques d'octaves : elles sont toutes égales à 0 puisque la correction d'inharmonicité a été calculée pour que l'octave ne présente aucun battement.
- Comme dans le tableau précédent, je n'ai pas fait figurer la rapidité théorique des 10$^{\text{èmes}}$ et des 17$^{\text{èmes}}$ majeures qui présentent, en théorie, les mêmes rapidités que les tierces correspondantes.

De l'examen de ce tableau ressortent deux choses très intéressantes :

- La première c'est que, alors que les corrections de fréquences sont sans doute imperceptibles, certains battements ont été déjà profondément modifiés au niveau du médium : ceux d'octave, en particulier, puisque l'octave ne bat plus alors qu'elle semblait très vite se raccourcir (**voir TABLEAU n°3**). Les 10$^{\text{èmes}}$ et 17$^{\text{èmes}}$ majeures sont également nettement plus proches des intervalles théoriques : à la hauteur de DO3 on a 7,8 battements contre 10,4 en théorie. Dans ce registre les rapidités des tierces et des sixtes restent également très proches des rapidités théoriques.
- La seconde c'est que l'accord, s'il est maintenant satisfaisant dans le médium, <u>RESTE ENCORE TRES FAUX AU-DESSUS DU LA 440</u>. En particulier les quintes, à la justesse desquelles notre oreille est particulièrement sensible, se rapetissent encore très vite ; les 10$^{\text{èmes}}$ et les 17$^{\text{èmes}}$ au lieu de poursuivre leur progression amorcée, plafonnent à 10 battements et décroissent ensuite très vite, changeant donc complètement de couleur ALORS (et c'est bien là le paradoxe) qu'elles continuent de croître en rapport de fréquences. Les quartes, quant à elles, ne parviennent pas du tout à progresser et tombent à nouveau très vite dans les rapidités négatives. Mais le comble de la fausseté est atteint par les doubles octaves qui, loin de rester dépourvues de battements comme on aurait pu le penser, sombrent rapidement vers – 10 !

Ceci prouve bien que malgré les affirmations contenues encore dans certaines méthodes d'accord, <u>**IL N'EST PAS POSSIBLE, DANS L'ACCORD DU PIANO, DE MAINTENIR LES OCTAVES RIGOUREUSEMENT NATURELLES (SANS BATTEMENTS) SOUS PEINE DE FAUSSER COMPLETEMENT LES DOUBLES OCTAVES, LES QUINTES, LES DIXIEMES ET LES DIX-SEPTIEMES DES QU'ON ATTEINT LE MEDIUM AIGU !!**</u>

Ceci ayant été affirmé, on remarquera que le rapport d'octave « naturelle » dépasse toujours 2/1 mais que ce dépassement reste notoirement insuffisant pour éviter une distorsion encore importante des autres intervalles.

Pourquoi, malgré la correction d'octave, atteint-on donc encore de si mauvais résultats qui poussent l'accordeur (s'il est musicien) à transgresser les données théoriques en agrandissant de plus en plus les octaves lorsqu'il se dirige vers l'aigu ?

C'est, comme je vais le montrer, parce que la correction d'inharmonicité de l'octave Co, au niveau du premier demi-ton FA-FA♯ de la partition, est insuffisante pour **tous les autres intervalles sans exception.**

Reprenons le **TABLEAU n°2** qui donne les taux d'inharmonicité du RAMEAU 114 et voyons quelles seraient les corrections qu'il faudrait apporter aux autres intervalles pour qu'ils retrouvent leur valeur théorique :

La première quinte FA2-DO3 est distordue d'un intervalle égal à l'inharmonicité du 3$^{ème}$ partiel de FA2 à laquelle il faut retrancher l'inharmonicité du 2$^{ème}$ partiel de DO3 :

Distorsion de FA2-DO3 = 1,584 – 0,92 = 0,664 cts

La première tierce FA2-LA2 est distordue d'un intervalle égal à l'inharmonicité du 5$^{ème}$ partiel de FA2 à laquelle il faut retrancher l'inharmonicité du 4$^{ème}$ partiel de LA2 :

Distorsion de FA2-LA2 = 4,752 – 3,8 = 0,952 cts

Un calcul semblable montrerait que la distorsion de la première 10$^{ème}$ majeure FA2-LA3 est de 3,152 cts, celle de la première 17$^{ème}$ majeure de 4,752 cts, celle de la première 15$^{ème}$ de 2, 97 cts, celle de la quarte de 0,81 cts et celle de la sixte majeure de 2 cts.

Mais ce qu'il faut considérer, pour comparer ces distorsions correspondant à des intervalles de tailles tout à fait différentes, ce n'est pas leur distorsion totale mais la correction qu'il faudrait apporter pour chacun d'eux au 1$^{er}$ demi-ton FA2-FA♯2 pour annuler les effets de l'inharmonicité.

Pour cela, nous allons procéder pour chaque intervalle comme nous l'avons fait pour l'octave, en cherchant le 1$^{er}$ terme d'une progression géométrique ayant comme somme la distorsion totale de l'intervalle et comme raison le facteur de progression d'inharmonicité caractérisant le RAMEAU 114.

Prenons la quinte FA2-DO3 et appelons Cq la correction du 1$^{er}$ demi-ton en fonction de la distorsion de la quinte ; nous avons :

$$Cq = \frac{0{,}664 \times (1{,}063779... - 1)}{1{,}063779...^{7} - 1} = 0{,}0782...$$

Des calculs similaires nous montreraient que la correction du 1$^{er}$ demi-ton pour la tierce majeure serait de 0,216 cents, pour la 10$^{ème}$ majeure de 0,119 cents, pour la 17$^{ème}$ majeure de 0,0652 cents, pour la 15$^{ème}$ de 0,0555 cents, pour la quarte de 0,143 cents et enfin pour la sixte majeure de 0,171 cents.

Si nous classons ces corrections par ordre de grandeur, nous avons :

C octave = 0,0344
C double octave = 0,055
C 17$^{ème}$ = 0,0652
C quinte = 0,0782
C 10$^{ème}$ = 0,119
C quarte = 0,143
C sixte = 0,171
C tierce M = 0,216

La correction la plus faible est, on le voit, la correction d'octave ; comme c'est la seule correction qu'apporte l'accordeur, qui maintient strictement les octaves naturelles, il en résulte que la distorsion des autres intervalles va seulement être légèrement atténuée.

Exceptée l'octave, les autres intervalles paraîtront donc encore TOUS raccourcis par rapport à leur valeur théorique et comme ce raccourcissement va s'accroître de manière exponentielle de demi-ton en demi-ton, la gamme tempérée ne sera à peu près réalisée que dans le médium et sur environ une octave et demie.

Au lieu d'accroître leur rapidité régulièrement et en progression géométrique comme le voudrait la théorie, les intervalles battant par excès vont voir leur rapidité se tasser, plafonner puis décroître rapidement et présenter des valeurs négatives avec seulement quelque retard sur l'évolution constatée au **TABLEAU n° 3**.

Nous pouvons par ailleurs constater que les intervalles battant par défaut vont voir leur rapidité croître très vite puisque à la progression géométrique des fréquences va s'ajouter la croissance tout aussi exponentielle des distorsions négatives dues à l'inharmonicité.

On voit, **en conclusion** de cette étude, qu'en raison de l'inharmonicité, il est tout à fait impossible d'accorder un piano selon la gamme tempérée sur plus de 2 octaves à partir du FA2. De quelque manière qu'on s'y prenne, on s'écarte très vite des rapidités prévues, même si on ne respecte pas tout à fait les fréquences théoriques pour pouvoir au moins conserver les octaves naturelles.

**La seule façon d'éviter ce phénomène**, évoquant une sorte de chute gravitationnelle dans un trou noir, **consiste à agrandir davantage les octaves** en les rendant légèrement **battantes par excès** et ceci d'autant plus qu'on se dirige vers l'aigu.

C'est ce que font bien des accordeurs conscients de ces distorsions et cherchant à y remédier empiriquement. Mais peut-on encore dire dans ce cas que l'accord du piano se fait selon la gamme tempérée si, ni les fréquences de cette gamme, ni ses intervalles de base (octave naturelle, quinte tempérée), ni les rapidités attendues ne sont réalisées ?

## L'ACCORD AU TEQN EN THEORIE ET EN PRATIQUE

On sait qu'en observant le savoir-faire d'un maître-accordeur d'une grande maison de pianos de Paris, Monsieur Simon DEBONNE, j'ai mis au point, il y a une quinzaine d'années, un nouvel accord du piano appelé **Tempérament Egal à Quintes Naturelles** (TEQN). Ces recherches sont consignées dans un ouvrage intitulé « Piano bien tempéré et justesse orchestrale », paru en 1982 chez Buchet-Chastel.

Le livre est dédicacé à Monsieur Debonne et à Yehudi Menuhin, le premier qui ait cautionné avec enthousiasme ce système d'accord et m'ait encouragé à poursuivre mes recherches.

L'accord n'est plus fondé sur le partage de l'octave en 12 demi-tons égaux mais sur **le partage de la quinte naturelle en 7 demi-tons égaux**. Je justifie ce nouvel accord par la pratique des meilleurs accordeurs et également par des considérations sur la nature de la gamme orchestrale, articulée elle aussi autour de quintes naturelles.

De nombreuses cautions émanant d'artistes éminents confirment le bien fondé de cette recherche qui tente de réconcilier la pratique avec la théorie, la théorie en vigueur ne pouvant, ainsi que je viens de le montrer, être mise en pratique sur un piano.

Quand j'eus mis au point cette nouvelle théorie et calculé les rapidités théoriques des intervalles de ce nouvel accord, il me fut facile de le mettre en pratique, malgré mon ignorance de l'inharmonicité et des distorsions qu'elle fait subir aux intervalles. Apparemment, j'arrivais à réaliser le TEQN sans « tricher », au point que, lorsque je fis plus amplement connaissance avec l'inharmonicité par l'article de Young, je crus de bonne foi qu'il s'était trompé dans ses calculs ou qu'il avait largement surestimé le phénomène !

J'avais bien quelques problèmes avec certains pianos droits, particulièrement avec ceux dont les cordes étaient très courtes, mais tout se passait à merveille sur les grands pianos de concert comme s'ils étaient presque totalement dépourvus d'inharmonicité.

L'audition aux USA d'un STEINWAY de concert, accordé strictement selon les fréquences théoriques de la gamme tempérée, me convainquit du contraire : un tel piano était assurément, comme l'affirmait E. LEIPP, « tout à fait faux ». Donc l'inharmonicité existait bien, même sur un Steinway de concert, et ni Young ni Leipp n'exagéraient ses conséquences !

Par ailleurs un excellent ami, Jean-Pierre Martel, accordeur de concert en Australie et acquis au TEQN, m'écrivait que tout se passait comme si ce tempérament « absorbait l'inharmonicité ». Je résolus donc d'essayer d'élucider ce mystère et je pense y être récemment parvenu.

Je vais tout d'abord rappeler quelles sont les fréquences et surtout les rapidités théoriques du TEQN puisque ce sont elles qui m'ont servi de base pour réaliser avec succès ce système d'accord (bien que, encore une fois, je n'aie pas du tout tenu compte, au début, de l'inharmonicité dont j'ignorais les effets exacts).

Ensuite, nous verrons pourquoi les distorsions d'intervalles causées par l'inharmonicité, lorsqu'on accorde un piano selon les rapidités théoriques du TEQN, peuvent passer inaperçues, surtout sur un grand piano de concert.

Ayant expliqué longuement, lors de l'examen de la gamme tempérée, comment on calculait les fréquences et les rapidités d'intervalles, je ne m'y étendrai plus puisque, si la base est maintenant différente, les procédures restent les mêmes.

**Le TEQN est fondé sur le partage de la quinte naturelle (correspondant au rapport 3/2 = 1,5) en 7 demi-tons égaux.** Le demi-ton du TEQN vaut donc théoriquement $1,5^{1/7}$ = 1,05963… A partir de là, il est facile de calculer les fréquences et les battements théoriques du TEQN comme nous l'avons fait pour la gamme tempérée (**voir TABLEAU n°6**)

J'ai ensuite calculé, comme je l'avais fait pour la gamme tempérée, ce que donnerait en réalité (et en tenant compte cette fois de l'inharmonicité) un accord au TEQN sur un RAMEAU 114 où les fréquences théoriques de ce tempérament seraient réalisées strictement (**voir TABLEAU n°7**).

Ce calcul m'a montré que cet accord ne serait guère meilleur que celui qu'on obtient à partir des fréquences théoriques de la gamme tempérée (**TABLEAU n°3**).
C'est ainsi que les quintes, en principe naturelles, battraient par défaut et de plus en plus en montant vers l'aigu : la rapidité de la quinte atteindrait même -3 à la hauteur de MI4 et -8,3 à celle de DO5 !
Les octaves, bien qu'agrandies, ne battraient positivement et de façon croissante que jusqu'à DO4-DO5 environ ; puis leur rapidité décroîtrait rapidement pour devenir négative à partir de LA4-LA5 !

En revanche, le calcul montre qu'un accord au TEQN réalisé sur un piano, non d'après les fréquences théoriques mais « à l'oreille » et d'après les rapidités théoriques, donne effectivement d'excellents résultats dans la mesure où les distorsions dues à l'inharmonicité sont si réduites qu'elles peuvent passer inaperçues.

Voyons pourquoi il en est ainsi en examinant quelles sont les conséquences exactes de l'inharmonicité sur un tel accord réalisé successivement sur un grand STEINWAY de concert (modèle D) puis sur un piano droit de hauteur moyenne mais de bonne qualité comme le RAMEAU 114.

Pour ce qui est du STEINWAY, Young a montré qu'en prenant K = 0,61 cents pour taux d'inharmonicité fondamentale de la note LA3 et q = $10^{0,038}$ pour facteur de progression de l'inharmonicité, on ne s'éloigne jamais de plus de 2% de l'inharmonicité mesurée du piano. On peut donc établir un tableau des 5 premiers partiels de toutes les cordes allant de FA2 à DO5, comme nous l'avons fait pour le RAMEAU 114 (**voir TABLEAU n°8**)

Nous sommes maintenant en mesure de calculer les corrections que j'avais toujours apportées (sans m'en douter) aux distorsions d'inharmonicité, en réalisant des quintes naturelles.

Pour cela, il suffit de connaître la correction apportée au premier demi-ton FA2-FA♯2 en fonction de la distorsion de la première quinte FA2-DO3 pour que celle-ci (et toutes les autres) redevienne « naturelle ».

Consultons le TABLEAU n°8 : la distorsion de la première quinte est de :

1,203427 – 0,832628 = 0,371 cents

Compte tenu de la progression d'inharmonicité de raison q = $10^{0,038}$ sur ce STEINWAY, la correction du premier demi-ton en fonction de la distorsion de la quinte sera :

$$Cq = \frac{0,371\,(10^{0,038} - 1)}{10^{0,038 \times 7} - 1}$$

A partir de là, nous pouvons calculer les corrections apportées aux fréquences théoriques pour trouver les fréquences réellement utilisées (**voir TABLEAU n°9**) puis calculer les rapidités réelles et les comparer aux rapidités théoriques (**voir TABLEAU n°10**).
Dans ce but, j'ai fait figurer les rapidités théoriques en regard des rapidités réelles, en divisant les colonnes en 2 parties. Par ailleurs, j'ai fait figurer les $10^{èmes}$ majeures et les sixtes majeures dans une même colonne puisque , dans le TEQN, elles présentent la même rapidité (propriété conservée dans ce cas malgré l'inharmonicité).

Que constatons-nous ?

- Que, à l'instar des rapidités théoriques, les rapidités réelles croissent cette fois toutes régulièrement.
- Qu'aucune rapidité ne se tasse visiblement ni ne décroît, ce qui est en accord avec les valeurs théoriques.
- Que presque toutes les rapidités réelles sont très proches des rapidités théoriques : les 9 tierces majeures de la partition sont pratiquement les tierces théoriques ; un très léger décalage (imperceptible à l'oreille) apparaît à partir du FA4. Il en est de même des $10^{èmes}$ où l'écart de rapidité qui finit par apparaître vers l'extrême aigu du piano (à partir de DO4-MI6) n'est guère appréciable.
- Que, malgré l'inharmonicité, l'égalité de rapidité des sixtes et des $10^{èmes}$ majeures ayant la même note de basse (par exemple FA2-RE3 et FA2-LA3) est conservée.
- Que l'agrandissement de l'octave réelle par rapport à l'octave théorique, quoique limité, est cependant plus marqué et peut paraître excessif. Il en est de même de celui des doubles octaves ($15^{èmes}$) et des $17^{èmes}$ majeures (**voir les commentaires en bas du TABLEAU n°10**).
- Qu'en ce qui concerne les quartes, il y a bien un certain tassement de la rapidité lorsqu'on va vers l'aigu mais qu'il est loin d'être évident tant il est limité.

Par ailleurs, un examen plus attentif montre que, contrairement à ce qui se produisait dans l'essai d'adaptation de la gamme tempérée au piano, les rapidités réelles ne sont pas TOUTES inférieures aux rapidités théoriques et que celles qui sont inférieures ne se tassent pas au point de tendre toutes peu à peu vers zéro, voire de devenir négatives.

Présentent des rapidités très légèrement inférieures aux rapidités théoriques : les tierces, les quartes et les $10^{èmes}$ majeures.

Présentent des rapidités égales aux rapidités théoriques : les quintes.

Présentent des rapidités légèrement supérieures : les $17^{èmes}$ majeures, les octaves et les doubles octaves.

La faiblesse des distorsions et le fait qu'elles soient également réparties de part et d'autre de la quinte tient à ce que la correction du premier demi-ton (et par suite de tous les intervalles) se fait dans ce cas en fonction de la distorsion de la quinte et non de celle de l'octave, comme c'est le cas lorsqu'on accorde en gamme tempérée.

En effet, si nous calculons, pour chacun des intervalles principaux, quelle serait la correction du premier demi-ton pour que l'intervalle retrouve la valeur théorique prévue, nous trouvons pour le STEINWAY les corrections suivantes, rangées par ordre croissant :

octaves : 0,022214
15èmes : 0,028793
17èmes : 0,031178
**quintes : 0,040124**
10èmes : 0,053284
quartes : 0,065402
sixtes : 0,073688
tierces : 0,173947

On voit que la correction de quinte, contrairement à celle de l'octave, est déjà importante et occupe une position centrale. Dans ces conditions, les distorsions les plus marquées seront beaucoup mieux « épongées » que dans la gamme tempérée.

Par ailleurs, comme nous l'avons vu, les distorsions résiduelles seront ici tantôt négatives, tantôt positives : dans ce dernier cas, qui est celui des octaves, des 15èmes et des 17èmes, l'intervalle réel paraîtra légèrement plus grand que l'intervalle théorique.

Pour ces intervalles, la correction de quinte est trop importante : non seulement ils ne vont plus être raccourcis mais ils vont s'agrandir, d'autant plus que leur distorsion sera faible par rapport à celle de la quinte.

Ainsi, la distorsion résiduelle de l'octave, après correction, va être de :

0,040124 (celle de la quinte) – 0,022214 (celle de l'octave) = 0,0179

Le solde sera donc positif et l'intervalle un peu agrandi. La distorsion résiduelle des 15èmes et des 17èmes sera beaucoup plus réduite mais ira dans le même sens, c'est-à-dire celui d'un allongement qui finira par prendre au total une certaine importance en raison du grand ambitus de ces intervalles.

Les distorsions des autres intervalles (ceux qui exigeraient au niveau du premier demi-ton une correction plus grande que celle de la quinte) ne seront qu'en partie corrigées : elles seront réduites de la correction de quinte, le solde restant négatif. Mais cette distorsion résiduelle restera très limitée (et pour ainsi dire imperceptible) même lorsqu'elle est importante au niveau du demi-ton (cas de la quarte et de la tierce majeure) en raison du faible ambitus de ces intervalles.

Ces distorsions résiduelles se feront alors dans le sens d'un apparent rétrécissement de l'intervalle. La faiblesse de ces distorsions apparentes sera bien sûr en rapport avec la qualité du piano et la longueur de ses cordes. Mais même sur un piano droit, comme par exemple le RAMEAU 114, elles restent faibles lorsqu'on utilise le TEQN (**voir TABLEAU n°11**).

Young n'avait-il pas déclaré que, sur tous les bons pianos, la croissance de l'inharmonicité restait voisine du médium à l'aigu, qu'ils soient droits ou à queue ? Le fait que l'inharmonicité soit un peu plus forte sur le RAMEAU que sur le STEINWAY et « q », la progression, au contraire un peu plus faible, se traduit dans le médium par :

- un léger ralentissement des rapidités des intervalles qui étaient déjà un peu lentes sur le STEINWAY par rapport aux rapidités théoriques : tierces, quartes et 10èmes majeures
- une légère accélération de celles qui étaient déjà un peu rapides : octaves et 15èmes principalement, les 17èmes présentant pratiquement les mêmes rapidités sur les 2 pianos.

Une autre remarque retient l'attention :
Le LA3 étant fixé à 440 hz, le FA2 théorique est à 174,164 hz alors que le FA2 réel du STEINWAY est à 174,029 hz et celui du RAMEAU à 173,954 hz, différences négligeables : en effet, dans ce registre, l'inharmonicité est encore très faible et ses effets sur les fréquences très limités.
En revanche le DO5 théorique est à 1049,037 hz alors que le DO5 du STEINWAY est à 1051,96 et celui du RAMEAU à 1052,11. Les deux DO5 réels sont donc pratiquement à la même hauteur et cette fois nettement au-dessus du DO5 théorique ; ce qui confirme, d'une part, la progression rapide de l'inharmonicité (la correction du DO5 est près de 2 fois et demie plus grande que celle du FA2) et, d'autre part, la similitude de cette croissance sur 2 pianos pourtant différents.

## COMMENT CORRIGER LES EFFETS DE L'INHARMONICITE :<br>LE TEMPERAMENT A DEMI-TONS PROGRESSIFS

Si les effets de l'inharmonicité sur les rapidités théoriques du TEQN sont limités au point que j'aie pu un moment douter de l'existence de l'inharmonicité ou de ses conséquences sur l'accord, ils n'en existent pas moins et, comme nous l'avons vu précédemment, ils entraînent un agrandissement non négligeable (et qui peut paraître excessif) des octaves, des 15$^{èmes}$ et des 17$^{èmes}$.

C'est la seule distorsion qui peut poser un problème dans la réalisation pratique du TEQN sur un piano. Pourquoi ne m'en suis-je pas aperçu plus tôt ? Tout simplement parce que je m'en suis longtemps tenu, en ce qui concerne ces intervalles, aux rapidités théoriques.

J'ignorais en effet que, pour conserver rigoureusement toutes les quintes naturelles, il était nécessaire d'agrandir les octaves et les doubles octaves davantage que ne l'indiquait un calcul théorique ne tenant pas compte de l'inharmonicité.

On peut alors se demander pourquoi ni les musiciens, qui ont cautionné mon accord, ni moi-même ne nous sommes aperçus que, dans ces conditions, certaines quintes étaient légèrement faussées (trop courtes) dans l'aigu du piano.

C'est facilement explicable.
Voyons ce qui se passe au niveau des doubles octaves FA2-FA4 et DO3-DO5 : la première FA2-FA4 bat théoriquement à 2,7 mais en fait, elle devrait battre (compte tenu de l'inharmonicité) à 3 environ si l'on maintient les quintes rigoureusement justes. On voit clairement que la différence entre la rapidité théorique et la rapidité réelle de cette double octave est trop petite pour avoir des conséquences : je veux dire par là que même si on ne fait battre FA2-FA4 qu'à 2,7 (rapidité théorique) au lieu de 3, on réussira quand même à faire des quintes qui paraîtront parfaitement justes à l'oreille.

Un calcul montre, en effet, que les quintes qui s'inscriront dans cette double octave un peu restreinte, vaudront en moyenne 1/1000$^{ème}$ de ton de moins qu'une quinte naturelle. C'est bien trop peu pour être audible !

Mais l'inharmonicité croît vite ; ainsi la double octave DO3-DO5 (qui ne se trouve qu'une quinte plus haut que FA2-FA4) devrait battre à 5 (au lieu de 4 théoriquement) pour que les quintes restent parfaitement naturelles. Comme je m'en tenais aux rapidités théoriques, je ne la faisais battre qu'à 4 ; or, aucun reproche ne m'a jamais été fait concernant le maintien des quintes naturelles dans ce registre et moi-même je ne me suis jamais rendu compte d'un raccourcissement effectif d'une quinte comme FA4-DO5 par exemple.

Pourtant, en réalisant les rapidités théoriques de 2,7 sur FA2-FA4 et de 4 sur DO3-DO5, la quinte FA4-DO5 aurait dû battre à – 1,2 ce qui est, en principe, perceptible. Mais il faut remarquer qu'en faisant battre FA2-FA4 à 2,7 au lieu de 3, le FA4 est un peu plus bas. Dans ces conditions, il n'est plus nécessaire que la double octave batte à 5 pour que la quinte FA4-DO5 soit naturelle.

Il suffit qu'elle batte à 4,5 ce qui peut être pris pour 4 en l'absence d'une appréciation chronométrique de la seconde.

Même si cette solution est satisfaisante pour l'oreille, elle ne l'est quand même pas entièrement pour l'esprit puisqu'il s'agit là d'une sorte de navigation à vue (ou plutôt « à l'oreille ») pour parvenir à dissimuler des distorsions résiduelles en faussant imperceptiblement des quintes.

Dans les deux dernières octaves du piano, le maintien des quintes naturelles va amener une dilatation encore plus marquée des doubles octaves et des octaves. Or, il se trouve qu'à cette exigence purement *physique* due au phénomène d'inharmonicité va répondre une exigence *physiologique* : celle de l'oreille qui perçoit les sons de plus en plus bas et qui pousse donc à une dilatation des intervalles (échelle de Mels).

Il paraît donc logique, si l'on doit très légèrement et imperceptiblement attenter à la justesse de certaines quintes pour réduire la dilatation des octaves et des doubles octaves du médium-aigu, de le faire plutôt dans le médium que dans l'aigu et de déterminer un facteur de dilatation qui redonne à la quinte sa justesse naturelle dans l'aigu.

Pour mettre au point cette sorte de **tempérament en expansion**, j'ai d'abord fixé une rapidité maximale, compte tenu de l'inharmonicité, à la double octave DO3-DO5 : entre 4 et 4,5. J'ai ensuite fixé la dimension de la quinte FA2-DO3 (la 1$^{ère}$ et la plus petite) à 701,277 cents, de telle façon qu'on ne puisse pas, à l'oreille, la distinguer d'une quinte naturelle (rappelons que la quinte naturelle vaut 701,955 cents contre 700 pour la quinte tempérée). Enfin, j'ai retenu un facteur d'agrandissement des demi-tons qui redonne à la quinte sa justesse totale au bout de 3 octaves, soit 1,000026814.

J'ai d'abord calculé ce tempérament sans tenir compte de l'inharmonicité. Puis j'ai adapté ce tempérament au STEINWAY de concert et au RAMEAU 114 en faisant dans chacun des deux cas les corrections d'inharmonicité en fonction de la quinte et des caractéristiques particulières (K et q) de ces deux pianos).

Je ne vais pas exposer ici en détail ces calculs un peu fastidieux ; disons simplement qu'il s'agit là encore de fixer les termes d'une progression géométrique en cherchant la valeur du 1$^{er}$ terme, le demi-ton FA2-FA♯2, ce qui s'obtient en partant de la 1$^{ère}$ quinte FA2-DO3 dont la valeur totale (exprimée en cents) peut être considérée comme la somme des 7 premiers demi-tons (c'est-à-dire des 7 termes de cette progression). Il en résulte que :

$$\text{FA2-FA}\sharp 2 = \frac{701{,}277\ (1{,}000026814 - 1)}{1{,}000026814^7} = 100{,}1744$$

On peut alors calculer l'intervalle d'une note quelconque avec FA2 en le considérant comme la somme d'une progression géométrique puisqu'on en a la raison et le 1$^{er}$ terme. Ceci fait, on transforme l'intervalle, mesuré en cents, en rapport de fréquences, ce qui permet d'établir la fréquence de la note ainsi que l'échelle des fréquences ; on corrige alors cette échelle en fonction de l'inharmonicité de la quinte et de la progression d'inharmonicité du piano, et on fait les calculs de rapidité pour tous les intervalles.

L'échelle théorique et l'échelle « corrigée » pour le STEINWAY figurent au **TABLEAU n°12** ainsi que les rapidités **réelles** des principaux intervalles de ce tempérament. Le **TABLEAU n°13** montre ce que deviendront ces rapidités si on applique ce tempérament au RAMEAU 114.

La comparaison des 2 tableaux montre que, pour un diapason 440, les fréquences réelles sont presque les mêmes sur les 2 pianos et qu'elles s'éloignent très sensiblement des fréquences théoriques lorsqu'on monte vers l'aigu. Les rapidités réelles sont également très proches ; elles sont d'ailleurs exactement les mêmes pour les quintes, ce qui n'est pas étonnant puisque la correction d'inharmonicité a été faite en fonction de la quinte.

Comme pour l'application stricte du TEQN, les rapidités des octaves et des doubles octaves sont un peu plus grandes sur le RAMEAU alors que celles des tierces, quartes, sixtes et 10$^{èmes}$ sont un peu plus faibles : c'est parce que l'inharmonicité du RAMEAU est un peu plus grande.

On remarquera que le facteur de progression choisi donne à toutes les premières quintes une rapidité très faible et pratiquement constante ; elle monte légèrement jusqu'au Si♭3 pour redescendre et tendre ensuite vers zéro.

La rapidité des sixtes et des 10$^{èmes}$ majeures, ayant la même note de basse, reste pratiquement la même pour l'oreille sur les 2 pianos en raison du très faible raccourcissement des quintes. Ce n'est donc pas ainsi que l'accordeur pourra maîtriser ce faible raccourcissement mais en veillant à ce que, toutes les quintes paraissant justes, les octaves et les doubles octaves présentent bien les rapidités indiquées.

Pour terminer, on notera que le choix de la 1$^{ère}$ quinte et du facteur d'expansion des demi-tons sont un peu différents sur le STEINWAY et sur le RAMEAU. En voici la raison :

Avant de faire, pour chacun des 2 pianos, les corrections d'inharmonicité nécessaires, j'étais parti d'un même tempérament théorique avec une 1$^{ère}$ quinte de 701,277 cts et un facteur de progressivité de 1,00002681, ces nombres étant choisis de telle manière que :

- la 1$^{ère}$ quinte soit suffisamment proche d'une quinte naturelle pour que l'oreille puisse s'y tromper
- la double octave DO3-DO5 batte aux environs de 4
- la quinte retrouve sa justesse naturelle à la hauteur de FA5.

Or, je me suis aperçu qu'en ajoutant à la 1$^{ère}$ quinte sa correction d'inharmonicité, on retombait pratiquement sur la valeur théorique de la quinte naturelle qui correspond à un rapport de fréquence de 1,5.

En effet :

$$701,2776 \text{ cts} + 0,668311 \text{ cts} = 701,9459 \text{ cts}$$

qui est très proche de 701,955 cts (valeur théorique de la quinte naturelle). J'ai alors pris comme valeur de la 1$^{ère}$ quinte :

$$701,955 - 0,668311 = 701,286$$

**Ainsi, aucune quinte sur le RAMEAU 114 ne présente de rapport de fréquences inférieur à celui de la quinte naturelle théorique et, à part la première, toutes ont des rapports de fréquences supérieurs à 1,5.**

Nous verrons dans la conclusion qui suit pourquoi cela n'est peut-être pas sans importance.

# CONCLUSION

Nous venons de voir les conséquences de l'inharmonicité sur deux systèmes d'accord. Nous avons vu, en particulier, qu'elle rendait impossible la réalisation de la gamme tempérée sur plus d'une octave et demie et qu'ensuite les principaux intervalles semblaient se recroqueviller puisque leurs rapidités, au lieu de progresser comme le veut la théorie, ne cessaient de se tasser et devenaient même parfois négatives.

Il n'en va pas du tout de même avec le TEQN qui s'accomode beaucoup mieux de l'inharmonicité puisque les rapidités réelles des principaux intervalles ne s'écartent guère des rapidités théoriques. C'est pourquoi j'avais minimisé les effets de l'inharmonicité dans le médium et l'aigu du piano, pensant qu'elle ne perturbait les fréquences et les rapidités que dans les basses et seulement lorsque le piano était trop court.

La vérité est autre : c'est dans l'aigu que l'inharmonicité est la plus forte mais l'utilisation du TEQN la dissimule dans la mesure où cet accord, fait « à l'oreille », corrige dans une large mesure les distorsions inharmoniques. Malgré tout, certains intervalles (comme les octaves ou les doubles octaves) finissent par être sensiblement plus grands qu'ils ne le seraient sur un instrument entièrement dépourvu d'inharmonicité.

Il est cependant possible de les ramener plus près de leur dimension théorique sans paraître toucher à la justesse des quintes : la démarche la plus logique semble consister à raccourcir imperceptiblement les quintes du médium et à leur redonner progressivement (par exemple sur 3 octaves) leur justesse naturelle.

On me répondra peut-être que c'est ce que font d'instinct de nombreux accordeurs qui, partant d'une partition tempérée, allongent peu à peu les octaves, rétablissant ainsi la justesse des quintes et exorcisant les effets pervers de l'inharmonicité ! Tant mieux ! Cela prouve simplement que l'approche scientifique d'un problème confirme souvent des solutions déjà pressenties empiriquement et permet de les améliorer.

Cette approche scientifique, en apportant une explication aux distorsions et aussi une évaluation suffisamment précise de leur importance, permet de choisir en connaissance de cause, et après expérimentation, les corrections les plus appropriées. Elle aboutit en dernier ressort à la maîtrise de ce phénomène insidieux qu'est l'inharmonicité, phénomène mal connu qui joue pourtant un rôle essentiel dans la sonorité des instruments et la justesse des intervalles.

Si la solution que je propose ressemble à celles utilisées empiriquement par de bons accordeurs, elle s'en éloigne par le fait que je ne reviens pas à la quinte tempérée. Même dans la partition, je « manipule » des quintes dont la plus petite est si proche d'une quinte naturelle qu'elle sonne comme telle !

Cette étude de l'inharmonicité justifie donc en grande partie cette sorte de dilatation des intervalles à laquelle est conduit nécessairement l'accordeur soucieux d'éviter des distorsions trop visibles. Curieusement, il se trouve que cette dilatation des intervalles, très marquée dans l'aigu, rencontre une exigence d'oreille qui n'est pas moins grande et qui semble, à première vue, n'avoir aucun rapport avec l'inharmonicité.

En effet, on sait que dans l'aigu, pour paraître justes, les intervalles ont besoin d'être d'autant plus agrandis qu'ils sont plus aigus et que les sons qui les forment possèdent moins d'harmoniques. Or, c'est précisément le cas des sons aigus du piano : **ils sont de plus en plus pauvres en harmoniques au fur et à mesure qu'on se dirige vers l'aigu et ils présentent en même temps de plus en plus d'inharmonicité !**

C'est donc à un double titre qu'ils réclament un surplus de fréquences.

Dans ces conditions, est-il bien nécessaire de manipuler subtilement les quintes du médium pour empêcher quelques doubles octaves du médium-aigu de battre exagérément alors qu'un peu plus haut, l'inharmonicité croissant exponentiellement, le maintien des quintes naturelles va de toute manière amener des rapidités d'octaves et de doubles octaves qui seraient affolantes si…on les entendait encore ! Les partiels deviennent en effet si faibles que les battements de doubles octaves sont de moins en moins audibles.

Ce qui me fait également douter de la nécessité de raccourcir un peu la dilatation qu'entraîne le maintien intégral des quintes naturelles c'est que, s'il faut en croire LEIPP, les fréquences qu'atteignent les bons accordeurs pour les notes les plus aigües **<u>ne sont pas inférieures à celles que j'atteins</u>** lorsque je maintiens intégralement et jusqu'au bout la justesse naturelle des quintes, compte tenu de leur inharmonicité croissante.

Dans « Acoustique et Musique » (éd. Masson), LEIPP n'écrit-il pas aux pages 141 et 142 :

« Lorsqu'on observe les courbes d'accord réelles déduites de la pratique d'accordeurs habiles, on trouve que ces courbes présentent une allure apparemment anormale. Les sons graves sont théoriquement trop bas, **<u>souvent de plus d' ¼ de ton et les aigus sont trop hauts d'autant</u>** »… ?

Calculons quelle serait la fréquence de la dernière note DO7 sur un STEINWAY accordé jusqu'au bout en TEQN avec correction d'inharmonicité. Pour un piano accordé au LA 440 nous trouvons 4341,39 hertz. Or, la fréquence théorique de ce même DO7 (c'est-à-dire sa fréquence dans la gamme tempérée sans correction d'inharmonicité) serait de :

$$440 \times 1{,}05946^{39} = 4186 \text{ hz}$$

Le DO7 réel se trouve donc dans ce cas à un intervalle de :

$$4341{,}39 : 4186 = 1{,}037121357$$

au-dessus du DO7 théorique, ce qui correspond à 63 cents ; or le ¼ de ton en vaut 50 !

Le même calcul appliqué au tempérament à demi-tons progressifs donnerait 62,6 cents, ce qui est du même ordre et nullement étonnant dans la mesure où, dans ce tempérament et au-delà de FA5, les quintes excèdent un peu la justesse naturelle. Les fréquences finissent donc presque par rattraper celles du TEQN.

Lorsque j'ai mis au point le TEQN, j'étais loin de me douter que l'inharmonicité entraînait de telles différences entre la gamme tempérée et le TEQN.

En effet, le DO7 du TEQN théorique (4212,43 hz) ne se trouve que 11 cents au-dessus du DO7 théorique de la gamme tempérée (4186 hz). Il n'est donc qu' ½ comma au-dessus alors que, **compte tenu de l'inharmonicité**, le DO7 du TEQN se trouve 63 cents au-dessus du DO7 de la gamme tempérée (soit 2,8 commas) ce qui représente une différence <u>6 fois plus grande</u> !

A l'époque, ignorant les distorsions dues à l'inharmonicité, je n'y comprenais rien : moi qui prônais le TEQN et donc la dilatation des octaves, je me retrouvais, si LEIPP disait vrai, loin derrière les bons accordeurs qui eux, tout en se réclamant de la gamme tempérée, l'outrepassaient dans l'aigu de plus d' ¼ de ton !

**<u>Ce qui prouve de façon éclatante qu'un bon accord est bien plus proche du TEQN que de la gamme tempérée, qu'elle soit théorique ou corrigée !</u>**

Ignorant tout de l'importance de l'inharmonicité et de l'aptitude du TEQN à en limiter automatiquement les effets, je justifiais alors le succès du TEQN par une nouvelle théorie sur la nature de la justesse musicale, théorie que je persiste à trouver pertinente bien qu'elle ait eu, jusqu'ici, beaucoup moins de succès que le TEQN lui-même en tant que système d'accord du piano.

Comme je le déclarais au début de cet exposé, les mauvais résultats obtenus sur le plan de la justesse lorsqu'on réalise des accords à l'aide d'appareils électroniques réglés sur des fréquences calculées à l'avance, tiennent autant au manque de prise en considération de l'inharmonicité qu'à **l'absence d'une théorie cohérente en matière de justesse**.

Comme je tiens beaucoup à cette réflexion sur la justesse orchestrale et vocale et sur ses rapports avec la pianistique (je préfère pour l'instant le terme de « réflexion » à celui de « théorie » trop ambitieux et peut-être prématuré) je la réitère ici, en demandant aux musicologues que je cite dans mon livre « PIANO BIEN TEMPERE ET JUSTESSE ORCHESTRALE » (éd. Buchet-Chastel) de bien vouloir prendre position sur cet important problème.

Voici donc à nouveau le résultat de ladite réflexion sur le problème de la justesse :
On a longtemps prétendu que la gamme tempérée était celle du piano et que la justesse orchestrale ou vocale ne pouvait être que « naturelle ». Cette thèse d'une grande stupidité a été pratiquement abandonnée de nos jours (pas entièrement cependant puisqu'elle figurait il n'y a pas si longtemps encore dans la théorie de DANNHAUSER ce qui autorisait des gens dépourvus d'oreille – ou d'entendement- à condamner les tierces du piano comme fausses…comme si les chorales ou les orchestres faisaient des tierces naturelles !).

Abandonnée mais au profit de quelle autre thèse ?
Pour certains au profit d'un retour à Pythagore justifié par la persistance de quintes naturelles et de tierces hautes à l'orchestre et aux voix.
Pour d'autres, les plus nombreux, au profit d'une généralisation de la gamme tempérée à toute la musique occidentale :
« Cette gamme longtemps considérée comme une simple adaptation de la gamme de Zarlin (gamme naturelle) dont le but était seulement de faciliter les passages d'un ton dans un autre…a fini par s'établir comme la véritable gamme de la musique occidentale… »
Ainsi s'exprime Alain DANIELOU dans *l'encyclopédie de la musique* parue en 1959 sous la direction d'Igor STRAVINSKY (éd. Fasquelle).

Jean MATRAS écrit dans la même encyclopédie :
« La gamme utilisée actuellement en musique est la gamme bien tempérée ».

Dans *Sciences de la musique*, ouvrage paru en 1976 sous la direction de Marc HONEGGER (éd. Bordas), Serge GUT ne dit pas autre chose bien qu'il déclare par ailleurs que les chanteurs et les violonistes « tendent toujours instinctivement vers des valeurs pythagoriciennes ».

Cette position est encore celle de Harry HALLBREICH qui déclare dans *La Musique*, encyclopédie publiée en 1979 sous la direction de Maurice LEROUX :
« On observe, dans le domaine des hauteurs, l'évolution vers des échelles de tons et demi-tons de plus en plus égaux avec aboutissement à la gamme bien tempérée, ce compromis spécifiquement européen, purement artificiel, qui a permis les édifices les plus gigantesques de la musique universelle, du *Clavecin bien tempéré* à la *Tétralogie*. »
Et plus loin :
« Après un siècle de régence sous tutelle, la jeune science de l'harmonie prenait personnellement le pouvoir, régnant en souveraine sur un domaine tonal défriché et aplani par le bulldozer tempéré. On peut dire que les deux grands siècles de musique tonale, le XVIII$^{\text{ème}}$ et le XIX$^{\text{ème}}$, ont pu s'épanouir à partir du moment où le tempérament égal de WERCKMEISTER leur ouvrait la totale liberté de circulation. Le *Clavecin bien tempéré* prend donc valeur de manifeste… »

Ce qui a amené ces musicologues à affirmer que la gamme bien tempérée (ou gamme tempérée) était devenue la gamme de toute la musique occidentale et non, comme elle l'était au départ, celle des seuls instruments à clavier, ce ne sont pas des expérimentations faites en laboratoire d'acoustique, c'est tout simplement le bon sens. Il n'est en effet **pas possible à l'orchestre de jouer en gamme naturelle**, ni de jouer **que** des intervalles naturels : il est tellement illogique d'affirmer le contraire que c'est perdre son temps que d'essayer de convaincre ceux qui professent encore de telles aberrations. Cela prouve d'ailleurs qu'ils ont encore moins d'oreille que d'esprit logique…

Il faut également repousser la thèse pythagoricienne bien que l'oreille, dans ce cas, puisse s'y laisser prendre et que, comme l'ajoute Serge Gut, certains intervalles joués par les cordes soient pythagoriciens (Serge Gut, quant à lui, a une bonne oreille…). Mais il est quand même **impossible à l'orchestre de jouer strictement selon Pythagore.**

En effet, depuis l'avènement de la gamme tempérée, il n'y a plus de différences dans la façon de concevoir, de penser et même d'interpréter la musique selon qu'elle s'adresse au piano ou à l'orchestre. Le prouve : l'utilisation de plus en plus fréquente à l'orchestre de procédés d'écriture pianistique qui montrent que le compositeur et les musiciens ont fini par penser toute la musique en tempérament égal.

Il en va ainsi de l'équivoque enharmonique où un DO♯ prend souvent le sens d'un RE♭. Mais cette forme d'écriture, qui n'a cessé de se développer au cours du XIX$^{ème}$ siècle, n'est possible que si les deux notes sont confondues comme au piano et présentent donc la même hauteur. L'effet d'équivoque et d'ambiguïté escompté est à ce prix et suppose l'usage d'un tempérament égal.

C'est bien ce qui rend impossible l'emploi généralisé d'une gamme comme celle de Pythagore où les **notes enharmoniques sont distantes d'un comma pythagoricien** (23 cents).

Le fait qu'un DO♯ pythagoricien se transforme en RE♭, sans que la hauteur de la note ne varie, entraînerait automatiquement un décalage du diapason, lequel baisserait d'un comma pythagoricien (de 440 à 434 par exemple) et de telles fluctuations auraient lieu à chaque modulation enharmonique. Elles pourraient évidemment s'annuler mais aussi se cumuler, entraînant ainsi une dérive totale du sens tonal.

Je suis donc en parfait accord avec ces musicologues sur l'utilisation par l'orchestre du tempérament égal ou plus exactement d'« **UN** » tempérament égal. Mais maintenant que j'ai montré qu'il n'était pas nécessaire de tempérer les quintes pour obtenir l'égalité des demi-tons, on ne saurait confondre la gamme tempérée avec le tempérament égal : elle n'est qu'une forme possible de tempérament égal, la 1$^{ère}$ qui ait été théorisée et réalisée.

A l'orchestre, où les quintes restent naturelles dans le cadre d'un tempérament égal, l'échelle utilisée ne peut donc être **que** le tempérament égal à quintes naturelles (**TEQN**), celui-là même que j'ai défini comme fournissant **un accord excellent, sinon idéal, sur les pianos**.

En effet, la quinte tempérée n'est pas apparue à la suite d'une recherche esthétique visant à améliorer la justesse ou la sonorité des pianos ! Ni les chanteurs, ni les instruments autres que les claviers ne l'emploient : elle n'a été utilisée que parce qu'on pensait, à tort, que c'était le seul moyen de parvenir à un tempérament égal permettant l'accès à tous les tons sur les claviers.

Or, bien avant que je ne le théorise, ce tempérament était sans doute devenu celui de l'orchestre et, à l'inharmonicité près, tendait à devenir celui des pianos !

Donc, ou bien (1$^{er}$ cas) les musicologues que j'ai cités ci-dessus me suivent dans mon raisonnement (qui ne fait, semble-t-il, qu'appuyer, prolonger et préciser le leur) ou bien (2$^{ème}$ cas) ils ne partagent pas mon point de vue et s'en tiennent à l'affirmation selon laquelle la gamme tempérée « stricto sensu » est devenue la gamme de toute la musique occidentale ; ce qui expliquerait leur absence de réaction à ma proposition mais me semble indéfendable dans la mesure où la quinte tempérée n'existe pas en dehors des instruments à clavier.

**C'est pourquoi je les prie de préciser leur point de vue sur une question qui me paraît importante puisqu'il s'agit ni plus ni moins de préciser ici quelle est , en fin de compte, l'échelle fondamentale de notre musique, qu'elle soit ou non pianistique !**

Dans le 1er cas, nous nous confortons mutuellement car je leur apporte la maille qui manquait à leur raisonnement bien qu'elle y soit inscrite en filigrane : l'existence effective d'un tempérament égal à quintes naturelles.

Dans le 2ème cas, il y a contradiction entre ma position et la leur puisque leur position revient à affirmer que la quinte tempérée est la quinte de toute notre musique.

C'est cette découverte de l'inharmonicité et de ses effets exacts sur l'accord du piano qui me font maintenant réfléchir à nouveau sur la dialectique piano-orchestre et plus précisément piano-cordes. Il est pour moi évident que l'orchestre joue statistiquement en TEQN. Mais est-ce un TEQN théorique, c'est-à-dire sans correction d' inharmonicité, ou est-ce, à peu de chose près, le TEQN du piano ?

A première vue, la question peut paraître pertinente car les écarts entre le TEQN théorique et le TEQN corrigé du piano, s'ils sont en général négligeables sur le plan des rapidités, **sont au contraire importants, particulièrement dans l'aigu, sur le plan des fréquences**.

Or, s'il faut en croire des acousticiens comme Emile LEIPP, les instruments à sons entretenus (comme les violons et les cordes) ne présentent pas d' inharmonicité. Il en résulterait que l'échelle statistique des fréquences utilisées par les cordes serait le TEQN sans correction d' inharmonicité (ou tout au moins, si l'on repousse ma thèse, un système à quintes naturelles sans correction d' inharmonicité).

Mais, dans ces conditions, comment réaliser un bon accord entre le piano et les cordes ?
Je pense que pour examiner ce problème il faut distinguer le registre grave, celui des violoncelles et des contrebasses, le médium, celui des violoncelles et des altos et l'aigu, celui des violons. C'est seulement celui des violons qui, pour l'instant, nous intéresse puisque l' inharmonicité des pianos reste très négligeable dans le grave des pianos dont les cordes sont suffisamment longues (j'examinerai lors d'une prochaine étude le problème posé dans le registre grave par l' inharmonicité sur les pianos de taille réduite).

Remarquons tout de suite que l'accord du violon, quant à lui, ne dépasse pas le médium aigu (MI4). A supposer que le violoniste soit accordé au LA 440 et par quintes naturelles sans correction d' inharmonicité (correspondant par conséquent au rapport 3/2 = 1,5), voyons quel décalage il va y avoir dans ce registre entre un violon et un piano accordé successivement en gamme tempérée, en TEQN et en tempérament à demi-tons progressifs, en tenant compte bien sûr de l' inharmonicité du piano.

Examinons donc le tableau ci-dessous où les écarts d'une note du piano par rapport à la note correspondante du violon sont évalués en cents et indiqués entre parenthèse :

| | Violon | Gamme tempérée avec corr. inharm. | Temp. progressif avec corr. inharm. | TEQN avec corr. inharm. |
|---|---|---|---|---|
| SOL2 | 195,55 | 195,9 (+ 3 cts) | 195,47 (- 0,7 cts) | 195,34 (- 1,86 cts) |
| RE 3 | 293,33 | 293,58 (+ 1,4 cts) | 293,22 (- 0,7 cts) | 293,14 (- 1,12 cts) |
| LA3 | 440 | 440 | 440 | 440 |
| MI4 | 660 | 659,54 (-1,2 cts) | 660,54 (+ 1,4 cts) | 660,68 (+ 1,8 cts) |

On voit qu'à cette hauteur les distorsions inharmoniques seront encore très faibles et les corrections très légères. Le TEQN corrigé du piano restera donc, dans ce registre, plus proche de l'accord du violon que la gamme tempérée qui sera décalée de 3 cents sur le SOL2 (seul écart notable).

Le système d'accord le plus proche de l'accord du violon se trouve être cependant, dans ce registre, le tempérament progressif que nous avons calculé ci-dessus. Ce serait donc, pour le médium et le médium aigu, le meilleur accord pour un ensemble piano-violon ou piano-orchestre, s'il se confirme que les quintes du violon correspondent bien au rapport 3/2 = 1,5 (qui caractérise une quinte naturelle dépourvue de distorsion inharmonique). Malgré tout, l'utilisation du TEQN au piano reste ici tout à fait possible tant les écarts restent faibles dans le médium.

Pour ce qui est des sons plus aigus et de ceux de l'extrême aigu, c'est au contraire la gamme tempérée avec correction d'inharmonicité qui l'emporterait, si l'on admet que le violon va s'en tenir aux fréquences théoriques du TEQN. Avec 4212,42 hz, le DO7 du violon accordé en TEQN serait toutefois encore plus bas que celui de la gamme tempérée corrigée avec Co (4222 hz) ; le TEQN corrigé et le tempérament à demi-tons progressifs corrigé avec Cq culminent beaucoup plus haut encore (4341 hz pour le TEQN).

Ce résultat semble malgré tout paradoxal et donc très douteux car nous avons vu qu'un piano accordé ainsi sonnerait très faux dans l'aigu dans la mesure où il paraîtrait beaucoup trop bas **alors qu'il serait en réalité déjà nettement plus haut que le violon !!**

Or, les violonistes jouent presque toujours haut dans l'aigu où ils ne sont plus limités par cette sorte de garde-fou que constitue l'accord des cordes à vide. Il est donc probable que, pour certaines raisons qui n'ont rien à voir (en principe) avec l' inharmonicité, le violoniste dilate lui aussi progressivement ses intervalles en allant vers l'aigu ; dans un tel cas, l'accord du piano qui conviendrait le mieux serait soit le TEQN, soit le tempérament progressif (avec bien sûr dans les deux cas correction d' inharmonicité de la quinte Cq).

Mais tout cela reste naturellement à vérifier…

Si cette étude de l'inharmonicité et de ses conséquences exactes sur l'accord confirme le bien-fondé de certaines démarches empiriques et apporte des solutions à des problèmes laissés jusqu'ici en suspens, elle en soulève en revanche d'autres, ouvrant un vaste champ à l'expérimentation.

Ces problèmes sont d'ailleurs loin de ne concerner que le seul piano : ils intéressent en effet tous les instruments où la hauteur des notes et donc la justesse ne relèvent pas directement du musicien mais d'un technicien, qu'il soit facteur, accordeur, acousticien ou électronicien.

A la suite de cette première étude sur les conséquences de l' inharmonicité sur la justesse du piano, la voie à suivre semble se dégager assez clairement : il s'agit, dans un premier temps, d'étudier les caractéristiques de l' inharmonicité d'un instrument puis d'étudier ensuite les corrections ou glissements de fréquences à apporter à une échelle théorique considérée comme idéale (ici le TEQN) pour l'adapter avec le moins de distorsions possibles à l'instrument en question.

Les solutions que j'apporte ici ne sont peut-être pas encore les meilleures mais de nouveaux moyens d'approche, qu'il reste à parfaire, sont mis à la disposition du chercheur et du musicien.

Ma première démarche va être, quant à moi, de vérifier expérimentalement le résultat de ces premières évaluations ou calculs sur les distorsions dues à l' inharmonicité. J'examinerai ensuite des systèmes où les corrections d' inharmonicité ne seront pas nécessairement liées au maintien d'un intervalle naturel dans un système, comme je l'ai fait dans cette étude.

On peut très bien, par exemple, envisager un TEQN où la correction d' inharmonicité serait axée non sur la quinte mais sur la 17$^{ème}$ majeure, intervalle qui joue un rôle de tout premier plan dans la justesse et la sonorité des pianos. Toutes ces estimations, tous ces calculs devront également être vérifiés sur le plan expérimental avec le concours de musiciens et d'artistes qui sont les utilisateurs et donc, en dernier ressort, les seuls juges habilités.

Puissent la maîtrise de l'inharmonicité mais aussi l'élaboration d'une nouvelle théorie de la justesse tenant enfin compte de la pratique musicale, aider le chercheur et le musicien à trouver les solutions les plus adéquates à ces problèmes qui, pressentis de façon empirique, ne semblent pas encore entièrement résolus sur le plan scientifique.

**TABLEAU n° 1**

## FREQUENCES ET RAPIDITES THEORIQUES DE LA GAMME TEMPEREE

| | | Rapidités | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Fréquences | Quintes | Octaves et 15èmes | Tierces M | 10èmes M | 17èmes M | Sixtes M | Quartes |
| FA2 | 174,614 | -0,6* | 0* | 6,9* | 6,9* | 6,9* | 7,9* | 0,8* |
| FA♯ | 184,997 | -0,6* | 0* | 7,3* | 7,3* | 7,3* | 8,4* | 0,8* |
| SOL | 195,997 | -0,7* | 0* | 7,7* | 7,7* | 7,7* | 8,9* | 0,9* |
| SOL♯ | 207,652 | -0,7* | 0* | 8,2* | 8,2* | 8,2* | 9,4* | 0,9* |
| LA | 220 | -0,75* | 0* | 8,7* | 8,7* | 8,7* | 10* | 1* |
| Sib | 233,082 | -0,8* | 0* | 9,2* | 9,2* | 9,2* | 10,6* | 1* |
| SI | 240,941 | -0,8* | 0* | 9,8* | 9,8* | 9,8* | 11,2* | 1,1* |
| DO3 | 261,625 | -0,9 | 0* | 10,4* | 10,4* | 10,4* | 11,9* | 1,2* |
| DO♯ | 277,182 | -0,9 | 0* | 11* | 11* | 11* | 12,6 | 1,2* |
| RE | 293,664 | -1 | 0* | 11,6* | 11,6* | 11,6* | 13,3 | 1,3* |
| Mib | 311,126 | -1 | 0* | 12,3* | 12,3* | 12,3* | 14,1 | 1,4* |
| MI | 329,627 | -1,1 | 0* | 13* | 13* | 13* | 15 | 1,5* |
| FA3 | 349,228 | -1,2 | 0* | 13,8* | 13,8* | 13,8* | 15,8 | 1,6 |
| FA♯ | 370 | -1,2 | 0* | 14,7 | 14,7 | 14,7 | 16,8 | 1,7 |
| SOL | 392 | -1,3 | 0* | 15,5 | 15,5 | 15,5 | 17,8 | 1,8 |
| SOL♯ | 415,305 | -1,4 | 0* | 16,5 | 16,5 | 16,5 | 18,8 | 1,9 |
| **LA3** | **440** | -1,5 | 0* | 17,44 | 17,44 | 17,44 | 20 | 2 |
| Sib | 466,164 | -1,6 | 0* | 18,47 | 18,47 | 18,47 | 21,2 | 2,1 |
| SI | 493,883 | -1,7 | 0* | 19,6 | 19,6 | 19,6 | 22,4 | 2,2 |
| DO4 | 523,251 | -1,8 | 0* | 20,8 | 20,8 | 20,8 | 23,7 | 2,3 |
| DO♯ | 554,365 | -1,9 | 0* | 22 | 22 | 22 | 25,1 | 2,5 |
| RE | 587,329 | -2 | 0* | 23,2 | 23,2 | 23,2 | 26,6 | 2,6 |
| Mib | 622,254 | -2,1 | 0* | 24,7 | 24,7 | 24,7 | 28,2 | 2,8 |
| MI | 659,255 | -2,2 | 0* | 26 | 26 | 26 | 29,9 | 2,9 |
| FA | 698,456 | -2,4 | 0* | 27,7 | 27,7 | 27,7 | 31,7 | 3,1 |
| FA♯ | 740 | -2,5 | 0* | 29,4 | 29,4 | 29,4 | 33,6 | 3,3 |
| SOL | 784 | -2,7 | 0* | 31,1 | 31,1 | 31,1 | 35,6 | 3,5 |
| SOL♯ | 830,61 | -2,8 | 0* | 33 | 33 | 33 | 37,7 | 3,7 |
| LA | 880 | -3 | 0* | 34,9 | 34,9 | 34,9 | 39,9 | 4 |
| Sib | 932,327 | -3,2 | 0* | 37 | 37 | 37 | 42,3 | 4,2 |
| SI | 987,766 | -3,3 | 0* | 39,1 | 39,1 | 39,1 | 44,8 | 4,5 |
| DO5 | 1046,5 | -3,5 | 0* | 41,5 | 41,5 | 41,5 | 47,9 | 4,7 |

## COMMENTAIRES SUR LE TABLEAU N°1 ET SUR LES SUIVANTS

*J'ai fait figurer dans le tableau n°1, outre les **fréquences** théoriques (qui servent pour l'accordage électronique) les **rapidités** théoriques des principaux intervalles. L'accordeur pratiquant « à l'oreille » ne se sert en fait que de quelques-unes de ces rapidités : celles des intervalles de la partition de l'octave FA2-FA3 (indiquées avec un astérisque *)*

*En dehors de cette octave, qu'il réalise avec soin pour qu'elle n'émette aucun battement (conformément à la théorie), l'accordeur n'essaie pas vraiment de réaliser rigoureusement ces rapidités (c'est d'ailleurs impossible en raison de l'inharmonicité) mais seulement de s'en rapprocher en veillant à réaliser, à l'intérieur de la partition FA2-FA3, des tierces et des sixtes majeures de rapidités bien progressives.*

*C'est ce que l'on peut voir dans le **tableau n°1**, qui reproduit les progressions de rapidités que l'on trouve dans les méthodes d'accord ou les encyclopédies musicales. Cependant, la progression des quartes et des quintes est difficile à apprécier en raison de la lenteur de leurs rapidités. Aussi, rares sont les accordeurs qui essaient d'obtenir une progression régulière de la rapidité de ces intervalles ; la plupart se contentent de les faire battre lentement de façon assez imprécise.*

*Les autres intervalles figurant dans le tableau n°1 ($10^{èmes}$, $15^{èmes}$ et $17^{èmes}$) dépassent par leur ambitus le cadre de la partition. Une fois la partition établie, l'accord des autres notes de l'aigu et du grave se fait en général par octave « naturelle » (dépourvue de battements) à partir des notes de la partition, sans que l'accordeur se soucie beaucoup de la rapidité des autres intervalles : en principe, si la partition est réussie et la justesse naturelle des octaves bien contrôlée, ces rapidités devraient continuer à croître régulièrement et correspondre aux rapidités théoriques du **tableau n°1**.*

*Les accordeurs consciencieux se préoccupent toutefois de la progression régulière des rapidités des $10^{èmes}$ et des $17^{èmes}$ majeures. De celles-ci dépendent en effet la justesse mais aussi la sonorité d'un piano car les battements de ces intervalles sont puissants et bien audibles sur presque toute l'étendue du clavier, du grave à l'aigu. Une mauvaise progression de ces rapidités fait donc apparaître tout de suite le tempérament comme inégal et le piano semble alors mal accordé.*

*On remarquera d'ailleurs que ces intervalles de $10^{èmes}$ et de $17^{èmes}$, auxquels il faut ajouter ceux de tierces majeures, permettent de contrôler la parfaite justesse naturelle des octaves : en effet, dans la gamme tempérée, étant donnée la justesse naturelle des octaves, une tierce majeure, une $10^{ème}$ majeure et une $17^{ème}$ majeure ayant la même note de basse présentent (en théorie) la même rapidité.*

*Ainsi la tierce FA2-LA2, la $10^{ème}$ FA2-LA3 et la $17^{ème}$ FA2-LA4 devraient avoir toutes les trois une rapidité de 6,9 battements à la seconde (**voir tableau n°1**). Réciproquement, la parfaite égalité de rapidité de ces intervalles devrait permettre de contrôler la justesse naturelle des octaves.*

*Malheureusement cette loi ne se vérifie guère dans la pratique ; elle ne se vérifie même pas du tout si l'on respecte les fréquences théoriques et si l'on assimile l'octave naturelle au rapport 2/1 (cas d'un accord électronique effectué d'après les fréquences théoriques, **tableau n°3**) ; et elle ne se vérifie que pour quelques octaves du médium lorsqu'on accorde un piano en gamme tempérée « à l'oreille » par octaves naturelles, à partir des notes de la partition (**voir tableau n°5**).*

*C'est l'inharmonicité qui est, comme nous le verrons, la cause de ces distorsions.*

*Plusieurs questions peuvent se poser à propos de ce tableau et des suivants : **pourquoi**, par exemple, n'y ai-je pas fait figurer le registre grave du piano, celui qui se trouve au-dessous de la partition FA2-FA3 ? Tout simplement parce que j'ai voulu étudier en priorité les conséquences de l'inharmonicité sur l'accord dans les registres du médium et de l'aigu, où elle est particulièrement* *importante et où elle présente <u>à peu près les mêmes caractéristiques sur tous les pianos</u>, qu'il s'agisse de pianos droits ou de pianos à queue.*

*Dans une étude complémentaire, j'aborderai le problème (à mon avis beaucoup moins complexe) du rôle de l'inharmonicité dans le registre grave des pianos.*

***Pourquoi**, par ailleurs, ai-je fait figurer dans ces tableaux les rapidités de nombreux intervalles dont l'accordeur ne se sert pas : tout simplement parce que la rapidité d'un intervalle influe sur sa justesse et sur sa « couleur » ; c'est parce que l'inharmonicité distord les rapidités des intervalles que certains registres du piano sonnent faux alors qu'ils sont théoriquement correctement accordés.*

*Il faut savoir en quoi consistent ces distorsions de rapidité et donc connaître les rapidités théoriques **et** réelles de ces intervalles même si celles-ci ne servent pas, en général, dans les techniques d'accordage.*

*On peut aussi me reprocher de n'avoir pas fait figurer sur ces tableaux les deux octaves de l'extrême aigu des pianos (de DO5 à DO7). En fait, ces deux octaves sont bien abordées puisque dans tous les tableaux figurent des intervalles de très grand ambitus tels que les doubles octaves et les 17$^{èmes}$ majeures qui couvrent l'étendue totale du registre aigu du piano.*

*Par ailleurs, seuls figurent les intervalles qui, par la puissance de leurs battements d'harmoniques, jouent un rôle important dans la sonorité et la justesse d'un piano : c'est pourquoi les tierces mineures ou les sixtes mineures, par exemple, n'y figurent pas.*

*De même, il n'était pas utile de faire figurer dans l'aigu et l'extrême aigu les rapidités des tierces majeures, des sixtes majeures, des quartes et des quintes puisque les battements d'harmoniques auxquels ils donnent lieu sont trop faibles pour jouer un rôle sur la sonorité (on sait en effet que les sons aigus du piano sont très pauvres en harmoniques).*

*On peut évidemment avoir un avis différent sur ces questions, d'ailleurs cette étude ne prétend pas être complète et exhaustive : **<u>il s'agit de défricher un domaine qui n'a encore guère été abordé, du moins sur le plan de l'accord.</u>***

***<u>Toutes les observations, les concours et les suggestions seront donc les bienvenus.</u>***

**TABLEAU n° 2**

## INHARMONICITE DU PIANO « RAMEAU 114 »

| | les sons fondamentaux et les 6 premiers partiels | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Fond. | 2ème part x 3 | 3ème part x 8 | 4ème part x 15 | 5ème part x 24 | 6ème part x 35 |
| FA2 | 0,198 | 0,594 | 1,584 | 2,97 | 4,752 | 6,93 |
| FA♯ | 0,21 | 0,63 | 1,69 | 3,16 | 5,065 | 7,37 |
| SOL | 0,224 | 0,67 | 1,79 | 3,36 | 5,38 | 7,84 |
| SOL♯ | 0,24 | 0,72 | 1,91 | 3,58 | 5,72 | 8,34 |
| LA | 0,25 | 0,76 | 2,03 | 3,8 | 6,09 | 8,874 |
| Sib | 0,27 | 0,81 | 2,16 | 4,05 | 6,47 | 9,44 |
| SI | 0,29 | 0,86 | 2,3 | 4,3 | 6,89 | 10,04 |
| DO3 | 0,31 | 0,92 | 2,44 | 4,58 | 7,32 | 10,68 |
| DO♯ | 0,324 | 0,974 | 2,6 | 4,87 | 7,79 | 11,364 |
| RE | 0,345 | 1,04 | 2,76 | 5,18 | 8,29 | 12,1 |
| Mib | 0,37 | 1,1 | 2,94 | 5,51 | 8,82 | 12,86 |
| MI | 0,39 | 1,17 | 3,13 | 5,86 | 9,38 | 13,68 |
| FA3 | 0,42 | 1,25 | 3,33 | 6,24 | 9,98 | 14,55 |
| FA♯ | 0,44 | 1,33 | 3,54 | 6,63 | 10,62 | 15,48 |
| SOL | 0,47 | 1,41 | 3,76 | 7,06 | 11,29 | 16,47 |
| SOL♯ | 0,5 | 1,5 | 4 | 7,51 | 12,01 | 17,52 |
| **LA3** | 0,53 | 1,6 | 4,26 | 7,99 | 12,78 | 18,64 |
| Sib | 0,57 | 1,7 | 4,53 | 8,5 | 13,59 | 18,92 |
| SI | 0,6 | 1,8 | 4,8 | 9,04 | 14,46 | 21,09 |
| DO4 | 0,64 | 1,92 | 5,13 | 9,61 | 15,38 | 22,43 |
| DO♯ | 0,68 | 2,05 | 5,46 | 10,23 | 16,36 | 23,86 |
| RE | 0,725 | 2,18 | 5,8 | 10,88 | 17,41 | 25,39 |
| Mib | 0,77 | 2,31 | 6,17 | 11,57 | 18,52 | 27 |
| MI | 0,82 | 2,46 | 6,57 | 12,31 | 19,7 | 28,73 |
| FA | 0,87 | 2,62 | 6,99 | 13,1 | 20,96 | 30,56 |
| FA♯ | 0,93 | 2,79 | 7,43 | 13,93 | 22,29 | 32,51 |
| SOL | 0,99 | 2,96 | 7,9 | 14,82 | 23,71 | 34,58 |
| SOL♯ | 1,05 | 3,15 | 8,41 | 15,77 | 25,23 | 36,78 |
| LA | 1,12 | 3,35 | 8,95 | 16,77 | 26,84 | 39,14 |
| Sib | 1,19 | 3,57 | 9,52 | 17,84 | 28,55 | 41,63 |
| SI | 1,26 | 3,8 | 10,12 | 18,98 | 30,37 | 44,28 |
| DO5 | 1,34 | 4,04 | 10,77 | 20,19 | 32,31 | 47,11 |

**TABLEAU n° 3**

## RAPIDITES THEORIQUES et REELLES PRESENTEES PAR UN « RAMEAU 114 » ACCORDE SELON LES FREQUENCES THEORIQUES DE LA GAMME TEMPEREE

| | | Rapidités | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | quintes | | octaves | | 15èmes | | tierces M | | 10è M | 17è M | quartes | |
| | Fréqu. | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | réel | réel | théor | réel |
| FA2 | 174,614 | -0,6 | -0,8 | 0 | -0,1 | 0 | **-1,2** | 6,9 | 6,5 | 5,4 | 4,6 | 0,8 | 0,46 |
| FA♯ | 184,997 | -0,6 | -0,85 | 0 | | 0 | | 7,3 | | | | 0,8 | 0,46 |
| SOL | 195,997 | -0,7 | -0,92 | 0 | | 0 | | 7,7 | | | | 0,9 | 0,47 |
| SOL♯ | 207,652 | -0,7 | -1 | 0 | | 0 | | 8,2 | | | | 0,9 | 0,47 |
| LA | 220 | -0,7 | -1 | 0 | -0,2 | 0 | **-1,9** | 8,7 | 8,1 | 6,26 | 4,9 | 1 | 0,46 |
| SIb | 233,082 | -0,8 | -1,1 | 0 | | 0 | | 9,2 | | | | 1 | 0,45 |
| SI | 240,941 | -0,8 | | 0 | | 0 | | 9,8 | | | | 1,1 | 0,44 |
| DO3 | 261,625 | -0,9 | | 0 | | 0 | **-2,7** | 10,4 | | 6,64 | 4,8 | 1,2 | 0,43 |
| DO♯ | 277,182 | -0,9 | | 0 | | 0 | | 11 | | | | 1,2 | |
| RE | 293,664 | -1 | -1,7 | 0 | | 0 | | 11,6 | | | | 1,3 | |
| MIb | 311,126 | -1 | | 0 | | 0 | | 12,3 | | | | 1,4 | |
| MI | 329,627 | -1,1 | | 0 | | 0 | | 13 | | | | 1,5 | |
| FA3 | 349,228 | -1,2 | | 0 | -0,5 | 0 | **-5** | 13,8 | 12 | 7,3 | 3,9 | 1,6 | 0,2 |
| FA♯ | 370 | -1,2 | | 0 | | 0 | | 14,7 | | | | 1,7 | |
| SOL | 392 | -1,3 | | 0 | | 0 | | 15,5 | | | | 1,8 | |
| SOL♯ | 415,305 | -1,4 | | 0 | | 0 | | 16,5 | | | | 1,9 | |
| **LA3** | **440** | -1,5 | **-2,84** | 0 | -0,8 | 0 | | 17,44 | 14,5 | 6,6 | 1,2 | 2 | **-0,23** |
| SIb | 466,164 | -1,6 | | 0 | | 0 | | 18,47 | | | **0** | 2,1 | |
| SI | 493,883 | -1,7 | | 0 | | 0 | | 19,6 | | | | 2,2 | |
| DO4 | 523,251 | -1,8 | | 0 | **-1** | 0 | **-11** | 20,8 | 16,4 | | | 2,3 | **-0,7** |
| DO♯ | 554,365 | -1,9 | | 0 | | 0 | | 22 | | | | 2,5 | |
| RE | 587,329 | -2 | **-4,5** | 0 | | 0 | | 23,2 | | **3,6** | | 2,6 | |
| MIb | 622,254 | -2,1 | | 0 | | 0 | | 24,7 | | | | 2,8 | |
| MI | 659,255 | -2,2 | | 0 | | 0 | | 26 | | **1** | **-11** | 2,9 | |
| FA | 698,456 | -2,4 | **-5,9** | 0 | | 0 | | 27,7 | 19,7 | **-0,7** | | 3,1 | |
| FA♯ | 740 | -2,5 | | 0 | | 0 | | 29,4 | | | | 3,3 | |
| SOL | 784 | -2,7 | | 0 | | 0 | | 31,1 | | | **-23** | 3,5 | **-3,86** |
| SOL♯ | 830,61 | -2,8 | | 0 | | 0 | | 33 | | | **-28** | 3,7 | |
| LA | 880 | **-3** | | 0 | **-3,4** | 0 | | 34,9 | 20,9 | | | 4 | |
| SIb | 932,327 | **-3,2** | | 0 | | 0 | | 37 | | | | 4,2 | |
| SI | 987,766 | **-3,3** | | 0 | | 0 | | 39,1 | | | | 4,5 | |
| DO5 | 1046,5 | **-3,5** | **-11,8** | 0 | **-4,8** | 0 | **-50 !** | 41,5 | 27,4 | **-23,8** | | 4,7 | **-8,7** |

**Tableau n° 4**

## FREQUENCES THEORIQUES ET REELLES D'UN RAMEAU 114 ACCORDE SELON LA GAMME TEMPEREE AVEC CORRECTION A L'OREILLE DES DISTORSIONS D'OCTAVES

| | Fréquences théoriques | Fréquences réelles |
|---|---|---|
| FA2 | 174,52 | 174,52 |
| FA♯ | 184,9 | 184,9 |
| SOL | 195,89 | 195,9 |
| SOL♯ | 207,54 | 207,55 |
| LA | 219,88 | 219,9 |
| SIb | 232,95 | 232,99 |
| SI | 246,81 | 246,85 |
| DO3 | 261,49 | 261,53 |
| DO♯ | 277,04 | 277,09 |
| RE | 293,51 | 293,58 |
| MIb | 310,96 | 311,04 |
| MI | 329,45 | 329,55 |
| FA3 | 349,04 | 349,16 |
| FA♯ | 369,8 | 369,94 |
| SOL | 391,79 | 391,96 |
| SOL♯ | 415,08 | 415,28 |
| **LA3** | 439,76 | **440** |
| SIb | 465,91 | 466,18 |
| SI | 493,62 | 493,88 |
| DO4 | 522,97 | 523,34 |
| DO♯ | 554,07 | 554,5 |
| RE | 587,02 | 587,51 |
| MIb | 621,93 | 622,49 |
| MI | 658,91 | 659,55 |
| FA | 698,09 | 698,83 |
| FA♯ | 739,6 | 740,45 |
| SOL | 783,57 | 784,55 |
| SOL♯ | 830,17 | 831,29 |
| LA | 879,53 | 880,81 |
| SIb | 931,36 | 933,29 |
| SI | 987,25 | 988,9 |
| DO5 | 1045,95 | 1047,84 |

**TABLEAU n° 5**

# RAPIDITES THEORIQUES et REELLES PRESENTEES PAR UN "RAMEAU 114" ACCORDE SELON LES FREQUENCES THEORIQUES DE LA GAMME TEMPEREE AVEC CORRECTION A L'OREILLE DES DISTORSIONS D'OCTAVES

| | | **Rapidités** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | quintes | | 8ves | 15èmes | | tierces M | | 10è M 17è M | Sixtes M | | quartes | |
| | **Fréqu. réelles** | théor | réel | théor et réel | théor | réel | théor | réel | réel | théor | réel | théor | réel |
| FA2 | 174,52 | -0,6 | -0,7 | 0 | 0 | -0,5 | 6,9 | 6,7 | 5,9 | 7,9 | 7,13 | 0,8 | 0,5 |
| FA♯ | 184,9 | -0,6 | -0,7 | 0 | 0 | -0,5 | 7,3 | 6,9 | 6 | 8,4 | 7,5 | 0,8 | 0,6 |
| SOL | 195,9 | -0,7 | -0,8 | 0 | 0 | -0,6 | 7,7 | 7,3 | 6,2 | 8,9 | 7,8 | 0,9 | 0,6 |
| SOL♯ | 207,55 | -0,7 | -0,8 | 0 | 0 | -0,6 | 8,2 | 7,7 | 6,6 | 9,4 | 8,3 | 0,9 | 0,6 |
| LA | 219,9 | -0,7 | -0,9 | 0 | 0 | -0,7 | 8,7 | 8,1 | 6,9 | 10 | 8,7 | 1 | 0,6 |
| SIb | 232,99 | -0,8 | -1 | 0 | 0 | -0,8 | 9,2 | 8,5 | 7,2 | 10,6 | | 1 | 0,6 |
| SI | 246,85 | -0,8 | | 0 | 0 | -0,9 | 9,8 | 9 | 7,5 | 11,2 | | 1,1 | 0,6 |
| DO3 | 261,53 | -0,9 | | 0 | 0 | -1 | 10,4 | 9,5 | 7,8 | 11,9 | | 1,2 | 0,6 |
| DO♯ | 277,09 | -0,9 | | 0 | 0 | -1,1 | 11 | 10 | 8 | 12,6 | 10,5 | 1,2 | |
| RE | 293,58 | -1 | -1,3 | 0 | 0 | | 11,6 | | | 13,3 | | 1,3 | |
| MIb | 311,04 | -1 | | 0 | 0 | | 12,3 | | | 14,1 | | 1,4 | |
| MI | 329,55 | -1,1 | | 0 | 0 | | 13 | | | 15 | | 1,5 | |
| FA3 | 349,16 | -1,2 | | 0 | 0 | **-2** | 13,8 | 12,2 | 9,1 | 15,8 | | 1,6 | 0,5 |
| FA♯ | 369,94 | -1,3 | | 0 | 0 | | 14,7 | | | 16,8 | | 1,7 | |
| SOL | 391,96 | -1,3 | | 0 | 0 | | 15,5 | | | 17,8 | | 1,8 | |
| SOL♯ | 415,28 | -1,4 | | 0 | 0 | | 16,5 | | | 18,8 | | 1,9 | |
| **LA3** | **440** | -1,5 | **-2,3** | 0 | 0 | **-3,1** | 17,4 | 14,8 | 9,8 | 20 | 14,6 | 2 | 0,3 |
| SIb | 466,18 | -1,6 | | 0 | 0 | | 18,4 | | | 21,1 | | 2,1 | |
| SI | 493,88 | -1,7 | | 0 | 0 | | 19,6 | | | 22,4 | | 2,2 | |
| DO4 | 523,34 | -1,8 | | 0 | 0 | **-4,4** | 20,8 | 17 | | 23,7 | 16 | 2,4 | 0 |
| DO♯ | 554,5 | -1,9 | | 0 | 0 | | 22 | | | 25,1 | | 2,5 | **N** |
| RE | 587,51 | -2 | **-3,4** | 0 | 0 | | 23,2 | | | 26,6 | | 2,6 | **E** |
| MIb | 622,49 | -2,1 | | 0 | 0 | | 24,7 | | | 28,2 | | 2,8 | **G** |
| MI | 659,55 | -2,2 | | 0 | 0 | | 26 | | | 29,9 | | 3 | **A** |
| FA | 698,83 | -2,3 | **-4,3** | 0 | 0 | | 27,7 | 20,8 | **7,8** | 33,6 | 17,7 | 3,1 | **T** |
| FA♯ | 740,45 | -2,5 | | 0 | 0 | | 29,4 | | | 35,6 | | 3,3 | **I** |
| SOL | 784,55 | -2,6 | | 0 | 0 | **-10** | 31,1 | | | 37,7 | | 3,5 | **F** |
| SOL♯ | 831,29 | -2,8 | | 0 | 0 | | 33 | | | 39,9 | | 3,7 | |
| LA | 880,81 | **-3** | | 0 | 0 | | 34,9 | 23,5 | **2,5** | 42,3 | | 4 | |
| SIb | 933,29 | **-3,2** | | 0 | 0 | | 37 | | | 44,8 | | 4,2 | |
| SI | 988,9 | **-3,3** | | 0 | 0 | | 39,1 | | | 47,4 | | 4,5 | |
| DO5 | 1047,84 | **-3,5** | **-8,2** | 0 | 0 | **-18** | 41,5 | 28,4 | **-2** | 50,3 | 15 | 4,7 | **-5,4** |

**TABLEAU n° 6**

## FREQUENCES ET RAPIDITES THEORIQUES DU TEMPERAMENT EGAL A QUINTES NATURELLES (TEQN)

| | | Rapidités | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Fréquences | Quintes | Octaves | Tierces M | 6tes M et 10èmes M | 17èmes M | Quartes |
| FA2 | 174,164 | 0 | 0,7 | 7,5 | 9,2 | 10,9 | 1,3 |
| FA♯ | 184,55 | 0 | 0,7 | 7,9 | 9,7 | 11,5 | 1,4 |
| SOL | 195,555 | 0 | 0,8 | 8,4 | 10,3 | 12,2 | 1,5 |
| SOL♯ | 207,217 | 0 | 0,8 | 8,9 | 10,9 | 13 | 1,6 |
| LA | 219,574 | 0 | 0,9 | 9,4 | 11,6 | 13,7 | 1,7 |
| SIb | 232,669 | 0 | 0,9 | 10 | 12,3 | 14,5 | 1,8 |
| SI | 246,544 | 0 | 0,9 | 10,6 | 13 | 15,4 | 1,9 |
| DO3 | 261,246 | 0 | 1 | 11,2 | 13,8 | 16,3 | 2 |
| DO♯ | 276,825 | 0 | 1 | 11,9 | 14,6 | 17,3 | 2,1 |
| RE | 293,333 | 0 | 1,1 | 12,6 | 15,4 | 18,3 | 2,3 |
| MIb | 310,826 | 0 | 1,2 | 13,3 | 16,4 | 19,4 | 2,4 |
| MI | 329,362 | 0 | 1,3 | 14,1 | 17,4 | 20,6 | 2,6 |
| FA3 | 349,003 | 0 | 1,4 | 15 | 18,4 | 21,8 | 2,7 |
| FA♯ | 379,815 | 0 | 1,4 | 15,9 | 19,5 | 23,1 | 2,9 |
| SOL | 391,869 | 0 | 1,5 | 16,8 | 20,7 | 24,5 | 3 |
| SOL♯ | 415,237 | 0 | 1,6 | 17,8 | 21,9 | 26 | 3,2 |
| **LA3** | **440** | 0 | 1,7 | 18,9 | 23,2 | 27,5 | 3,4 |
| SIb | 466,239 | 0 | 1,8 | 20 | 24,6 | 29,1 | 3,6 |
| SI | 494,043 | 0 | 1,9 | 21,2 | 26 | 30,9 | 3,8 |
| DO4 | 523,504 | 0 | 2 | 22,5 | 27,6 | 32,7 | 4 |
| DO♯ | 554,723 | 0 | 2,1 | 23,8 | 29,2 | 34,7 | 4,3 |
| RE | 587,803 | 0 | 2,3 | 25,2 | 31 | 36,7 | 4,5 |
| MIb | 622,857 | 0 | 2,4 | 26,7 | 32,8 | 38,9 | 4,8 |
| MI | 660 | 0 | 2,5 | 28,3 | 34,8 | 41,2 | 5,1 |
| FA | 699,358 | 0 | 2,7 | 30 | 36,9 | 43,7 | 5,4 |
| FA♯ | 741,064 | 0 | 2,9 | 31,8 | 39 | 46,3 | 5,7 |
| SOL | 785,257 | 0 | 3 | 33,7 | 41,4 | 49 | 6 |
| SOL♯ | 832,085 | 0 | 3,2 | 35,7 | 43,9 | 52 | 6,4 |
| LA | 881,705 | 0 | 3,4 | 37,8 | 46,5 | 55,1 | 6,8 |
| SIb | 934,285 | 0 | 3,6 | 40,1 | 49,2 | 58,4 | 7,2 |
| SI | 990 | 0 | 3,8 | 42,5 | 52,2 | 61,9 | 7,7 |
| DO5 | 1049,037 | 0 | 4 | 45 | 55,3 | 65,6 | 8,1 |

## COMMENTAIRES SUR LE TABLEAU N° 6

*J'ai fait figurer dans ce tableau les mêmes intervalles que ceux du tableau n°1, consacré aux fréquences et aux rapidités théoriques de la gamme tempérée.*

*On remarquera qu'en raison de la justesse naturelle des quintes, la rapidité des sixtes majeures est la même que celle des 10$^{èmes}$ majeures ayant la même note de basse, relation qui se vérifie dans la pratique en dépit de l'inharmonicité (**voir tableau n°10**).*

*Par ailleurs, les octaves étant agrandies d'1/7$^{ème}$ de comma pythagoricien (3,35 cents), le rapport des fréquences de 2 notes à intervalle d'octave est légèrement supérieur à 2 (2,000386).*

*On notera aussi que les rapidités des tierces, 10$^{èmes}$ et 17$^{èmes}$ majeures ayant la même note de basse ne sont plus les mêmes : la 17$^{ème}$ est plus rapide que la 10$^{ème}$ qui est elle-même plus rapide que la tierce.*

*Dans la pratique nous verrons que, là encore, cette progression est conservée malgré l'inharmonicité.*

**TABLEAU n° 7**

## RAPIDITES THEORIQUES et REELLES PRESENTEES PAR UN "RAMEAU 114" ACCORDE SELON LES FREQUENCES THEORIQUES DU TEQN

| | | **Rapidités** | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | quintes | | 8ves | | 15èmes | | Tierces M | | 10èmes M | | 17èmes M | | quartes | |
| | **Fréqu.** | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel |
| FA2 | 174,16 | 0 | -0,2 | 0,7 | 0,6 | 2,7 | 1,5 | 7,5 | 7 | 9,2 | 7,6 | 10,9 | 8,5 | 1,3 | 1 |
| FA♯ | 184,55 | 0 | -0,2 | 0,7 | 0,6 | 2,9 | 1,5 | 7,9 | 7,4 | 9,7 | 7,9 | 11,5 | 8,8 | 1,4 | 1 |
| SOL | 195,55 | 0 | -0,2 | 0,8 | 0,6 | 3 | 1,5 | 8,4 | 7,8 | 10,3 | 8,3 | 12,2 | 9,2 | 1,5 | 1,1 |
| SOL♯ | 207,21 | 0 | -0,3 | 0,8 | 0,6 | 3,2 | 1,5 | 8,9 | 8,2 | 10,9 | 8,6 | 13 | 9,5 | 1,6 | 1,1 |
| LA | 219,57 | 0 | -0,3 | 0,9 | 0,6 | 3,4 | 1,5 | 9,4 | 8,7 | 11,5 | 9 | 13,7 | 9,9 | 1,7 | 1,2 |
| SIb | 232,66 | 0 | -0,4 | 0,9 | 0,7 | 3,6 | 1,4 | 10 | 9,1 | 12,2 | 9,4 | 14,5 | 10,2 | 1,8 | 1,2 |
| SI | 246,54 | 0 | -0,4 | 0,9 | 0,7 | 3,8 | 1,4 | 10,5 | 9,6 | 13 | 9,7 | 15,4 | 10,5 | 1,9 | 1,2 |
| DO3 | 261,24 | 0 | -0,5 | 1 | 0,7 | 4 | 1,3 | 11,2 | 10,1 | 13,8 | 10,1 | 16,3 | 10,8 | 2 | 1,3 |
| DO♯ | 276,82 | 0 | -0,5 | 1 | 0,8 | 4,3 | 1,2 | 11,9 | 10,7 | 14,6 | 10,5 | 17,3 | 11,1 | 2,1 | 1,3 |
| RE | 293,33 | 0 | -0,6 | 1,1 | 0,8 | 4,5 | 1,1 | 12,6 | 11,2 | 15,5 | 10,8 | 18,3 | 11,3 | 2,3 | 1,3 |
| MIb | 310,82 | 0 | -0,7 | 1,2 | 0,8 | 4,8 | 0,9 | 13,3 | 11,8 | 16,4 | 11,1 | 19,4 | 11,5 | 2,4 | 1,3 |
| MI | 329,36 | 0 | -0,8 | 1,3 | 0,8 | 5,1 | 0,6 | 14,4 | 12,4 | 17,4 | 11,4 | 20,6 | 11,6 | 2,5 | 1,3 |
| FA3 | 349 | 0 | -0,9 | 1,3 | 0,8 | 5,4 | 0,4 | 15 | 13 | 18,4 | 11,7 | 21,8 | 11,7 | 2,7 | 1,3 |
| FA♯ | 379,81 | 0 | -0,9 | 1,4 | 0,9 | 5,7 | 0 | 15,9 | 13,7 | 19,5 | 11,9 | 23,1 | 11,7 | 2,9 | 1,3 |
| SOL | 391,86 | 0 | -1 | 1,5 | 0,9 | 6 | -0,3 | 16,8 | 14,3 | 20,7 | 12,1 | 24,5 | 11,7 | 3 | 1,3 |
| SOL♯ | 415,23 | 0 | -1,2 | 1,6 | 0,9 | 6,4 | -0,7 | 17,8 | 14,9 | 21,9 | 12,2 | 26 | 11,4 | 3,2 | 1,2 |
| **LA3** | **440** | 0 | -1,4 | 1,7 | 0,9 | 6,8 | -1,3 | 18,9 | 15,7 | 23,2 | 12,4 | 27,5 | 11,2 | 3,4 | 1,2 |
| SIb | 466,23 | 0 | -1,6 | 1,8 | 0,9 | 7,2 | -1,9 | 20 | 16,5 | 24,6 | 12,5 | 29,1 | 10,8 | 3,6 | 1,1 |
| SI | 494,04 | 0 | -1,8 | 1,9 | 0,9 | 7,6 | -2,7 | 21,2 | 17,2 | 26 | 12,4 | 30,8 | 10,2 | 3,8 | 1 |
| DO4 | 523,5 | 0 | -2 | 2 | 0,9 | 8,1 | -3,5 | 22,5 | 18 | 27,6 | 12,2 | 32,7 | 9,3 | 4 | 0,9 |
| DO♯ | 554,72 | 0 | -2,3 | 2 | 0,8 | 8,6 | -4,5 | 23,8 | 18,7 | 29,2 | 11,8 | 34,6 | 8,3 | 4,3 | 0,7 |
| RE | 587,8 | 0 | -2,7 | 2,1 | 0,8 | 9,1 | -5,7 | 25,2 | 19,5 | 31 | 11,4 | 36,7 | 7 | 4,6 | 0,5 |
| MIb | 622,85 | 0 | -2,9 | 2,4 | 0,7 | 9,6 | **-7** | 26,7 | 20,2 | 32,8 | 10,6 | 38,9 | **5,4** | 4,8 | 0,3 |
| MI | 660 | 0 | **-3,1** | 2,5 | 0,7 | 10,2 | **-8,6** | 28,3 | 21 | 34,8 | 9,8 | 41,2 | **3,5** | 5,1 | **-0,4** |
| FA | 699,35 | 0 | **-3,6** | 2,7 | 0,6 | 10,8 | **-10** | 30 | 21,8 | 36,9 | 8,6 | 43,7 | **1,1** | 5,4 | **-0,4** |
| FA♯ | 741,06 | 0 | | 2,9 | 0,5 | 11,5 | | 31,8 | 22,5 | 39 | 7,3 | 46,3 | **-1,7** | 5,7 | **-0,8** |
| SOL | 785,25 | 0 | | 3 | 0,4 | 12,2 | | 33,6 | 23,2 | 41,4 | 5,6 | 49 | **-5** | 6 | **-1,3** |
| SOL♯ | 832,08 | 0 | | 3,2 | 0,2 | 12,9 | | 35,7 | 23,9 | 43,8 | **3,5** | 52 | **-9** | 6,4 | **-1,9** |
| LA | 881,7 | 0 | | 3,4 | 0 | 13,7 | | 37,9 | 24,5 | 46,5 | **0,8** | | | 6,8 | **-2,5** |
| SIb | 934,28 | 0 | | 3,6 | **-0,2** | 14,4 | | 40,2 | 24,9 | 49,2 | **-2,2** | | | 7,2 | **-3,2** |
| SI | 990 | 0 | | 3,8 | **-0,5** | 15,4 | | 42,6 | 25,5 | 52,2 | **-5,8** | | | 7,6 | **-4,2** |
| DO5 | 1049,03 | 0 | **-8,3** | 4 | **-0,8** | 16,3 | **-33** | 45,1 | 25,6 | 55,3 | **-10** | | | 8,1 | **-5,2** |

**TABLEAU n° 8**

## INHARMONICITE DU PIANO "STEINWAY" mod D

| | les sons fondamentaux et les 6 premiers partiels | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Fond. | 2ème part x 3 | 3ème part x 8 | 4ème part x 15 | 5ème part x 24 | 6ème part x 35 |
| FA2 | 0,15 | 0,451 | 1,203 | 2,256 | 3,61 | 5,265 |
| FA♯ | 0,16 | 0,49 | 1,31 | 2,46 | 3,94 | 5,75 |
| SOL | 0,17 | 0,54 | 1,43 | 2,69 | 4,3 | 6,27 |
| SOL♯ | 0,2 | 0,59 | 1,56 | 2,93 | 4,69 | 6,84 |
| LA | 0,21 | 0,64 | 1,71 | 3,2 | 5,12 | 7,47 |
| SIb | 0,23 | 0,7 | 1,86 | 3,49 | 5,59 | 8,15 |
| SI | 0,25 | 0,76 | 2,03 | 3,81 | 6,1 | 8,9 |
| DO3 | 0,28 | 0,83 | 2,22 | 4,16 | 6,66 | 9,71 |
| DO♯ | 0,3 | 0,91 | 2,42 | 4,54 | 7,27 | 10,6 |
| RE | 0,33 | 0,99 | 2,64 | 4,96 | 7,93 | 11,57 |
| MIb | 0,36 | 1,08 | 2,89 | 5,41 | 8,66 | 12,63 |
| MI | 0,39 | 1,18 | 3,15 | 5,91 | 9,45 | 13,78 |
| FA3 | 0,42 | 1,29 | 3,44 | 6,48 | 10,32 | 15,04 |
| FA♯ | 0,47 | 1,41 | 3,75 | 7,04 | 11,26 | 16,42 |
| SOL | 0,51 | 1,54 | 4,1 | 7,68 | 12,29 | 17,92 |
| SOL♯ | 0,56 | 1,68 | 4,47 | 8,38 | 13,41 | 19,56 |
| **LA3** | 0,61 | 1,83 | 4,88 | 9,15 | 14,64 | 21,35 |
| SIb | 0,67 | 2,1 | 5,33 | 9,99 | 15,99 | 23,3 |
| SI | 0,73 | 2,18 | 5,81 | 10,9 | 17,44 | 25,43 |
| DO4 | 0,79 | 2,28 | 6,34 | 11,9 | 19,03 | 27,76 |
| DO♯ | 0,87 | 2,6 | 6,93 | 12,98 | | |
| RE | 0,94 | 2,83 | 7,56 | 14,17 | | |
| MIb | 1,03 | 3,09 | 8,25 | 15,47 | | |
| MI | 1,13 | 3,38 | 9 | 16,88 | | |
| FA | 1,23 | 3,69 | 9,83 | 18,43 | 29,48 | |
| FA♯ | 1,34 | 4,02 | | 20,11 | | |
| SOL | 1,46 | 4,39 | | 21,95 | | |
| SOL♯ | 1,6 | 4,79 | | 23,96 | | |
| LA | 1,75 | 5,23 | | 26,15 | | |
| SIb | 1,9 | 5,71 | | 28,54 | | |
| SI | 2,076 | 6,23 | | 31,15 | | |
| DO5 | | | | | | |

**Tableau n° 9**

## FREQUENCES THEORIQUES ET REELLES D'UN STEINWAY MODELE "D" ACCORDE en TEQN

| | Fréquences théoriques | Fréquences réelles |
|---|---|---|
| FA2 | 174,029 | 174,029 |
| FA♯ | 184,407 | 184,412 |
| SOL | 195,404 | 195,413 |
| SOL♯ | 207,057 | 207,072 |
| LA | 219,404 | 219,428 |
| SIb | 232,489 | 232,521 |
| SI | 246,353 | 246,396 |
| DO3 | 261,044 | 261,1 |
| DO♯ | 276,61 | 276,682 |
| RE | 293,106 | 293,195 |
| MIb | 310,585 | 310,695 |
| MI | 329,107 | 329,242 |
| FA3 | 348,733 | 348,897 |
| FA♯ | 369,529 | 369,728 |
| SOL | 391,566 | 391,804 |
| SOL♯ | 414,916 | 415,202 |
| **LA3** | **439,659** | **440** |
| SIb | 465,878 | 466,283 |
| SI | 493,66 | 494,14 |
| DO4 | 523,099 | 523,666 |
| DO♯ | 554,294 | 554,962 |
| RE | 587,348 | 588,135 |
| MIb | 622,374 | 623,299 |
| MI | 659,489 | 660,573 |
| FA | 698,817 | 700,087 |
| FA♯ | 740,49 | 741,977 |
| SOL | 784,649 | 786,386 |
| SOL♯ | 831,441 | 833,47 |
| LA | 881,023 | 883,39 |
| SIb | 933,562 | 936,322 |
| SI | 989,234 | 992,449 |
| DO5 | 1048,225 | 1051,96 |

**TABLEAU n° 10**

## RAPIDITES THEORIQUES et REELLES PRESENTEES PAR UN "STEINWAY" ACCORDE AU TEQN AVEC CORRECTION d'INHARMONICITE de la QUINTE (Cq)

| | | Rapidités | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 5tes | 8ves | | 15èmes | | Tierces M | | 10èmes M, 6tes M | | 17èmes M | | quartes | |
| | **Fréqu.** | th et réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel |
| FA2 | 174,029 | 0 | 0,7 | 0,7 | 2,7 | 3 | 7,5 | 7,4 | 9,2 | 9 | 10,9 | 11,4 | 1,3 | 1,3 |
| FA♯ | 184,412 | 0 | 0,7 | 0,8 | 2,9 | 3,2 | 7,9 | 7,8 | 9,7 | 9,4 | 11,5 | 12,1 | 1,4 | 1,4 |
| SOL | 195,413 | 0 | 0,7 | 0,8 | 3 | 3,5 | 8,3 | 8,2 | 10,2 | 10 | 12,2 | 12,9 | 1,5 | 1,4 |
| SOL♯ | 207,072 | 0 | 0,8 | 0,9 | 3,2 | 3,7 | 8,9 | 8,7 | 10,9 | 10,6 | 13 | 13,8 | 1,6 | 1,5 |
| LA | 219,428 | 0 | 0,8 | 1 | 3,4 | 4 | 9,4 | 9,2 | 11,5 | 11,2 | 13,7 | 14,7 | 1,7 | 1,6 |
| SIb | 232,521 | 0 | 0,9 | 1 | 3,6 | 4,3 | 10 | 9,7 | 12,2 | 11,8 | 14,5 | 15,6 | 1,8 | 1,7 |
| SI | 246,396 | 0 | 0,9 | 1,1 | 3,8 | 4,7 | 10,5 | 10,3 | 13 | 12,5 | 15,4 | 16,7 | 1,9 | 1,8 |
| DO3 | 261,1 | 0 | 1 | 1,2 | 4 | 5 | 11,2 | 10,9 | 13,7 | 13,2 | 16,3 | 17,8 | 2 | 1,8 |
| DO♯ | 276,682 | 0 | 1,1 | 1,3 | 4,3 | | 11,9 | 11,5 | 14,5 | | 17,3 | | 2,1 | |
| RE | 293,195 | 0 | 1,1 | 1,4 | 4,5 | | 12,5 | | 15,4 | | 18,3 | | 2,2 | |
| MIb | 310,695 | 0 | 1,2 | 1,5 | 4,8 | | 13,2 | | 16,4 | | 19,4 | | 2,4 | |
| MI | 329,242 | 0 | 1,3 | 1,6 | 5,1 | | 14,1 | | 17,3 | | 20,6 | | 2,5 | |
| FA3 | 348,897 | 0 | 1,3 | 1,8 | 5,4 | 7,5 | 15 | | 18,3 | | 21,8 | 24,9 | 2,7 | |
| FA♯ | 369,728 | 0 | 1,4 | 1,9 | 5,7 | | 15,8 | | 19,5 | | 23 | | 2,8 | |
| SOL | 391,804 | 0 | 1,5 | 2 | 6 | | 16,8 | | 20,6 | | 24,5 | | 3 | |
| SOL♯ | 415,202 | 0 | 1,6 | 2,2 | 6,4 | | 17,8 | | 21,8 | | 25,9 | | 3,2 | |
| **LA3** | **440** | 0 | 1,7 | 2,4 | 6,8 | | 18,8 | 17,9 | 23,1 | 21 | 27,5 | | 3,4 | 2,8 |
| SIb | 466,283 | 0 | 1,8 | | 7,2 | | 20 | | 24,5 | | 29,1 | | 3,6 | |
| SI | 494,14 | 0 | 1,9 | | 7,6 | | 21,2 | | 26 | | 30,8 | | 3,8 | |
| DO4 | 523,666 | 0 | 2 | | 8,1 | **14 ?** | 22,4 | 21 | 27,5 | | 32,7 | **41,5 ?** | 4 | 3,1 |
| DO♯ | 554,962 | 0 | 2,1 | | 8,6 | | 23,8 | | 29,2 | | 34,6 | | 4,3 | |
| RE | 588,135 | 0 | 2,3 | | 9,1 | | 25,2 | | 30,9 | | 36,7 | | 4,5 | |
| MIb | 623,299 | 0 | 2,4 | | 9,7 | | 26,7 | | 32,8 | | 38,9 | | 4,8 | |
| MI | 660,573 | 0 | 2,5 | | 10,2 | | 28,3 | | 34,7 | | 41,2 | | 5,1 | |
| FA | 700,087 | 0 | 2,7 | 5,1 | 10,8 | | 30 | 26,8 | 36,8 | 30 | 43,7 | | 5,4 | |
| FA♯ | 741,977 | 0 | 2,9 | | 11,5 | | 31,8 | | 39 | | 46,3 | | 5,7 | |
| SOL | 786,386 | 0 | 3 | | 12,2 | | 33,7 | | 41,3 | | 49 | | 6 | 3,4 |
| SOL♯ | 833,47 | 0 | 3,2 | | 12,9 | | 35,7 | | 43,8 | | 52 | **80,7 ?** | 6,4 | |
| LA | 883,39 | 0 | 3,4 | | 13,7 | | 37,8 | | 46,5 | | | | 6,8 | |
| SIb | 936,322 | 0 | 3,6 | | 14,5 | | 40 | | 49,2 | | | | 7,2 | |
| SI | 992,449 | 0 | 3,8 | | 15,5 | | 42,5 | | 52,2 | | | | 7,6 | |
| DO5 | 1051,96 | 0 | 4 | **11 ?** | 16,3 | **50 ?** | 45 | 40,2 | 55,3 | 40,5 | | | 8,1 | 4,4 |

## COMMENTAIRES SUR LE TABLEAU N° 10

*J'ai mis en caractères gras les rapidités d'octaves, de 15$^{èmes}$ et de 17$^{èmes}$ qui peuvent paraître excessives : si je ne l'avais pas fait, on m'aurait sans doute reproché d'être inobjectif, c'est-à-dire de dénoncer les distorsions entraînées par l'inharmonicité lorsqu'il s'agit de la gamme tempérée et de les passer sous silence lorsqu'il s'agit du TEQN*

*Je veux cependant signaler deux choses :*

- *D'une part, les distorsions de la gamme tempérée sont d'une toute autre ampleur et vont jusqu'à l'inversion pure et simple des progressions de rapidités (**voir tableau n°5**).*
- *D'autre part, aucun artiste n'a jamais trouvé que, dans le TEQN, l'aigu et l'extrême aigu étaient trop haut et rendaient trop rapides ou dissonantes les octaves, les 15$^{èmes}$ et les 17$^{èmes}$ (qui dépassent sensiblement, il est vrai, les normes théoriques).*
- *Enfin, et surtout, le TEQN avec correction d'inharmonicité de la quinte ne dépasse pas, sur le plan des fréquences, celles auxquelles parviennent d'excellents accordeurs. Les rapidités atteintes devraient donc être également du même ordre.*

*C'est pourquoi je suis resté prudent (**tableaux n°10 et n°11**) en mettant après ces rapidités apparemment excessives <u>des points d'interrogation</u>. (**voir conclusion p22**).*

**TABLEAU n° 11**

## RAPIDITES THEORIQUES et REELLES PRESENTEES PAR UN "RAMEAU 114" ACCORDE AU TEQN AVEC CORRECTION d'INHARMONICITE de la QUINTE (Cq)

| | | Rapidités | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 5tes | 8ves | | 15èmes | | Tierces M | | 10èmes M | | 17èmes M | | quartes | |
| | **Fréqu.** | th et réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel | théor | réel |
| FA2 | 173,954 | 0 | 0,7 | 0,8 | 2,7 | 3,2 | 7,5 | 7,2 | 9,2 | 8,6 | 10,9 | 11,4 | 1,3 | 1,2 |
| FA♯ | 184,336 | 0 | 0,7 | 0,9 | 2,9 | | 7,9 | 7,6 | 9,7 | 9 | 11,5 | 12 | 1,4 | 1,3 |
| SOL | 195,338 | 0 | 0,7 | 0,9 | 3 | | 8,3 | 8 | 10,2 | 9,6 | 12,2 | 12,9 | 1,5 | 1,3 |
| SOL♯ | 206,998 | 0 | 0,8 | 1 | 3,2 | | 8,9 | 8,5 | 10,9 | 10,2 | 13 | 13,7 | 1,6 | 1,4 |
| LA | 219,354 | 0 | 0,8 | 1,1 | 3,4 | | 9,4 | 9 | 11,5 | 10,7 | 13,7 | 14,6 | 1,7 | 1,5 |
| SIb | 232,449 | 0 | 0,9 | 1,2 | 3,6 | | 9,9 | 9,5 | 12,2 | 11,3 | 14,5 | 15,5 | 1,8 | 1,5 |
| SI | 246,325 | 0 | 0,9 | 1,3 | 3,8 | | 10,5 | 10 | 13 | 11,9 | 15,4 | 16,5 | 1,9 | 1,6 |
| DO3 | 261,032 | 0 | 1 | 1,4 | 4 | **5,2 ?** | 11,2 | 10,5 | 13,7 | 12,6 | 16,3 | 17,5 | 2 | 1,7 |
| DO♯ | 276,618 | 0 | 1,1 | | 4,3 | | 11,9 | 11 | 14,5 | | 17,3 | 18,7 | 2,1 | |
| RE | 293,136 | 0 | 1,1 | | 4,5 | | 12,5 | | 15,4 | | 18,3 | | 2,2 | |
| MIb | 310,641 | 0 | 1,2 | | 4,8 | | 13,2 | | 16,4 | | 19,4 | | 2,4 | |
| MI | 329,194 | 0 | 1,3 | | 5,1 | | 14,1 | | 17,3 | | 20,6 | | 2,5 | |
| FA3 | 348,856 | 0 | 1,3 | 2 | 5,4 | | 15 | | 18,3 | | 21,8 | 24 | 2,7 | |
| FA♯ | 369,695 | 0 | 1,4 | | 5,7 | | 15,8 | | 19,5 | | 23 | | 2,8 | |
| SOL | 391,782 | 0 | 1,5 | | 6 | | 16,8 | | 20,6 | | 24,5 | | 3 | |
| SOL♯ | 415,19 | 0 | 1,6 | | 6,4 | | 17,8 | | 21,8 | | 25,9 | | 3,2 | |
| **LA3** | **440** | 0 | 1,7 | 2,7 | 6,8 | | 18,8 | 16,9 | 23,1 | 19,6 | 27,5 | 31 | 3,4 | 2,4 |
| SIb | 466,296 | 0 | 1,8 | | 7,2 | | 20 | | 24,5 | | 29,1 | | 3,6 | |
| SI | 494,167 | 0 | 1,9 | | 7,6 | | 21,2 | | 26 | | 30,8 | | 3,8 | |
| DO4 | 523,709 | 0 | 2 | 3 | 8 | **13 ?** | 22,4 | 19,7 | 27,5 | | 32,7 | 37,7 | 4 | 2,6 |
| DO♯ | 555,022 | 0 | 2,1 | | 8,6 | | 23,8 | | 29,2 | | 34,6 | | 4,3 | |
| RE | 588,212 | 0 | 2,3 | | 9,1 | | 25,2 | | 30,9 | | 36,7 | | 4,6 | |
| MIb | 623,393 | 0 | 2,4 | | 9,7 | | 26,7 | | 32,8 | | 38,9 | | 4,8 | |
| MI | 660,685 | 0 | 2,5 | | 10,2 | | 28,3 | | 34,7 | | 41,2 | | 5,1 | |
| FA | 700,617 | 0 | 2,7 | **5,4 ?** | 10,8 | | 30 | 24,9 | 36,8 | 27,5 | 43,7 | | 5,4 | |
| FA♯ | 742,122 | 0 | 2,9 | | 11,5 | | 31,8 | | 39 | | 46,3 | | 5,7 | |
| SOL | 786,546 | 0 | 3 | | 12,2 | | 33,7 | | 41,4 | | 49 | | 6 | 2,8 |
| SOL♯ | 833,64 | 0 | 3,2 | | 12,9 | | 35,7 | | 43,9 | | 52 | **65,8 ?** | 6,4 | |
| LA | 883,566 | 0 | 3,4 | | 13,7 | | 37,8 | | 46,5 | | | | 6,8 | |
| SIb | 936,497 | 0 | 3,6 | | 14,5 | | 40 | | 49,2 | | | | 7,2 | |
| SI | 992,615 | 0 | 3,8 | | 15,4 | | 42,5 | | 52,2 | | | | 7,6 | |
| DO5 | 1052,12 | 0 | 4 | **10 ?** | 16,3 | **37 ?** | 45 | 38,4 | 55,3 | 33,3 | | | 8,1 | 2,1 |

*(voir commentaires après le tableau n°10)*

**TABLEAU n° 12**

## RAPIDITES REELLES DES INTERVALLES SUR UN "STEINWAY D"
## TEMPERAMENT A DEMI-TONS PROGRESSIFS

*Caractéristiques de ce tempérament : q' facteur de progressivité 1,000026814*
*Valeur apparente de la 1ère quinte : 701,277 cents*
*Rétablissement progressif de la quinte naturelle sur 3 octaves de FA2 à FA5*

| | | | Rapidités | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Fréqu. Théor.** | **Fréqu. réelles** | 5tes | rapport | 8ves | 15èm | 3ces M | 6tes M | 10è M | 17è M | 4tes |
| FA2 | 174,165 | 174,165 | 0,2 | 1,49974 | 0,53 | 2,3 | 7,2 | 8,54 | 8,28 | 10,5 | 1 |
| FA♯ | 184,54 | 184,545 | | 1,49977 | 0,6 | 2,5 | 7,5 | 9 | 8,8 | 11,2 | 1,1 |
| SOL | 195,533 | 195,543 | -0,22 | 1,49982 | 0,6 | 2,7 | 8 | 9,6 | 9,3 | 11,9 | 1,2 |
| SOL♯ | 207,182 | 207,198 | | 1,49987 | 0,7 | 3 | 8,5 | 10,1 | 9,8 | 12,7 | 1,3 |
| LA | 219,525 | 219,548 | | 1,49994 | 0,7 | 3,3 | 9 | 10,7 | 10,4 | | 1,4 |
| SIb | 232,604 | 232,636 | -0,23 | 1,5 | 0,8 | 3,6 | 9,5 | 11,3 | 11 | | 1,4 |
| SI | 246,462 | 246,505 | | 1,5 | 0,9 | 3,9 | 10,1 | 12 | 11,7 | | 1,5 |
| DO3 | 261,146 | 261,202 | | 1,50012 | 1 | 4,2 | 10,7 | 12,7 | 12,4 | | 1,6 |
| DO♯ | 276,705 | 276,776 | | 1,50019 | | | 11,3 | 13,4 | 13,1 | | |
| RE | 293,192 | 293,281 | -0,25 | 1,50027 | | 5 | | | | | |
| MIb | 310,662 | 310,772 | | 1,50035 | | | | | | | |
| MI | 329,173 | 329,308 | | 1,50043 | | 6 | | | | | |
| FA3 | 348,788 | 348,952 | -0,29 | 1,50053 | 1,5 | 6,6 | 14,1 | 16,6 | 16,3 | 23,9 | |
| FA♯ | 369,572 | 369,77 | | | | | | | | | |
| SOL | 391,595 | 391,834 | | | | | | | | | |
| SOL♯ | 414,932 | 415,217 | | | | | | | | | |
| **LA3** | 439,659 | **<u>440</u>** | | | 2,2 | | | | | | 2,5 |
| SIb | 465,861 | 466,266 | -0,27 | | | | | | | | |
| SI | 493,626 | 494,105 | | | | | | | | | |
| DO4 | 523,046 | 523,612 | | 1,50142 | 3 | 13 | 20,6 | 23,7 | 23,5 | 40,2 | 2,8 |
| DO♯ | 554,22 | 554,888 | | | | | | | | | |
| RE | 587,253 | 588,039 | | | | | | | | | |
| MIb | 622,256 | 623,18 | | | | | | | | | |
| MI | 659,346 | 660,43 | | | | | | | | | |
| FA | 698,648 | 699,918 | -0,27 | 1,50243 | 4,8 | 22 | 26,5 | 29,5 | 29,4 | **61,9 ?** | |
| FA♯ | 740,294 | 741,78 | | | | | | | | | |
| SOL | 784,423 | 786,16 | | | | | | | | | 3,2 |
| SOL♯ | 831,185 | 833,214 | | | | | | | | **81,1 ?** | |
| LA | 880,735 | 883,102 | | | | | | | | | |
| SIb | 933,242 | 936 | | | | | | | | | |
| SI | 988,879 | 992,094 | | | | | | | | | |
| DO5 | 1047,83 | 1051,58 | -0,2 | 1,50475 | **10,7?** | **51 ?** | 35,6 | 35,9 | 36 | | 2,4 |

## COMMENTAIRES SUR LE TABLEAU N° 12

*On remarquera que dans la colonne qui suit celle des rapidités de quintes figurent les rapports des différentes quintes successives. Les 5 premières quintes correspondent à un rapport légèrement plus faible que celui de la quinte naturelle. En revanche, toutes celles qui sont plus aiguës que la quinte Si♭2-FA3 correspondent à un rapport d'intervalle supérieur à 3/2 alors que toutes ces quintes jusqu'à la quinte FA5-DO6 sont en réalité plus petites qu'une quinte naturelle puisque toutes battent très faiblement par défaut.*

***Tel n'est pas l'un des moindres paradoxes engendrés par l'inharmonicité.***

*Sur un RAMEAU 114 accordé selon le même tempérament (**voir Tableau n°13**) toutes les quintes présentent exactement la même rapidité que sur le STEINWAY mais l'inharmonicité étant un peu plus forte, aucune quinte ne présente un rapport inférieur à 3/2…*

**TABLEAU n° 13**

# RAPIDITES REELLES DES INTERVALLES SUR UN "RAMEAU 114"
# TEMPERAMENT A DEMI-TONS PROGRESSIFS

*Caractéristiques de ce tempérament : q' facteur de progressivité 1,000026459*
*Valeur apparente de la 1ère quinte : 701,286 cents*
*Rétablissement progressif de la quinte naturelle sur 3 octaves de FA2 à FA5*

| | | | Rapidités | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Fréqu. Théor.** | **Fréqu. réelles** | 5tes | rapport | 8ves | 15èm | 3ces M | 6tes M | 10è M | 17è M | 4tes |
| FA2 | 174,089 | 174,089 | -0,22 | 1,5 | 0,6 | 2,5 | 7 | 8,2 | 7,9 | 10,4 | 1 |
| FA♯ | 184,459 | 184,467 | | 1,5 | 0,7 | 2,7 | 7,4 | 8,7 | 8,4 | 11,1 | 1 |
| SOL | 195,448 | 195,466 | | 1,5001 | 0,7 | 2,9 | 7,8 | 9,2 | 8,9 | 11,9 | 1,1 |
| SOL♯ | 207,092 | 207,122 | -0,22 | 1,5002 | 0,8 | 3 | 8,3 | 9,7 | 9,4 | 12,7 | 1,2 |
| LA | 219,459 | 219,503 | | 1,5002 | 0,8 | 3,3 | 8,7 | 10,2 | 10 | | 1,2 |
| SIb | 232,502 | 232,562 | -0,23 | 1,5003 | 0,9 | 3,7 | 9,2 | 10,8 | 10,5 | | 1,3 |
| SI | 246,354 | 246,433 | | 1,5004 | 1 | 4 | 9,7 | 11,4 | 11,1 | | 1,4 |
| DO3 | 261,032 | 261,133 | | | 1,1 | 4,4 | 10,3 | 12 | 11,7 | | 1,4 |
| DO♯ | 276,085 | 276,711 | | | | | 10,8 | 12,7 | 12,4 | | |
| RE | 293,065 | 293,222 | -0,25 | | | 5,2 | | | | | |
| MIb | 310,528 | 310,717 | | | | | | | | | |
| MI | 329,031 | 329,26 | | | | 6,2 | | | | | |
| FA3 | 348,637 | 348,911 | -0,27 | 1,5008 | 1,7 | | 13,5 | 15,6 | 15,3 | 23 | |
| FA♯ | 369,413 | 369,738 | | | | | | | | | |
| SOL | 391,427 | 391,811 | | | | | | | | | |
| SOL♯ | 414,754 | 415,206 | | | | | | | | | |
| **LA3** | 439,471 | **440** | | | 2,5 | | | | | | 2,1 |
| SIb | 465,662 | 466,28 | -0,29 | | | | | | | | |
| SI | 493,414 | 494,133 | | | | | | | | | |
| DO4 | 522,822 | 523,656 | | 1,5016 | 3,2 | 12,4 | 19,4 | 21,9 | 21,7 | **37,2?** | 2,4 |
| DO♯ | 553,982 | 554,948 | | | | | | | | | |
| RE | 587,002 | 588,117 | | | | | | | | | |
| MIb | 621,99 | 623,276 | | | | | | | | | |
| MI | 659,064 | 660,543 | | | | | | | | | |
| FA | 698,35 | 700,049 | -0,27 | 1,5023 | 5,2 | 19,5 | 24,6 | 27 | 26,9 | **53?** | 2,56 |
| FA♯ | 739,978 | 741,927 | | | | | | | | | 2,54 |
| SOL | 784,089 | 786,322 | | | | | | | | | |
| SOL♯ | 830,831 | 833,282 | | | | | | | | | |
| LA | 880,361 | 883,282 | | | | | | | | | |
| SIb | 932,844 | 936,18 | | | | | | | | | |
| SI | 988,459 | 992,264 | | | | | | | | | |
| DO5 | 1047,39 | 1051,728 | -0,17 | 1,5038 | **10,3?** | **37,9?** | 33 | **33,5?** | **33,7?** | | 1,9 |